

JUL 15 1935

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON

KARL SCHEEL

95. BAND. 3. UND 4. HEFT

MIT 44 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 4. JUNI 1935)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1935

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung sowie durch die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 23/24, zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind, und die auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen der Autor sich verpflichtet.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 75 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum gleichen Preise berechnet werden, den die Arbeit im Heft kostet, da die umfangreiche Versendung von Sonderdrucken den Absatz der Zeitschrift schädigt. Dissertationsexemplare werden von der Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht geliefert.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen** werden, soweit sie 10% der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskriptsendungen sind zu richten an Herrn **Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Karl Scheel, Berlin - Dahlem, Werderstraße 28.**

95. Band

## Inhalt

3. und 4. Heft

Seite

<b>Manne Siegbahn und T. Magnusson</b> , Zur Spektroskopie der ultraweichen Röntgenstrahlung. IV. Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 10. April 1935)	133
<b>Hermann Rieche</b> , Über die dielektrischen Verluste flüssiger Isolierstoffe. (Mitteilung aus dem Institut für Fernmelde- und Hochfrequenztechnik der Technischen Hochschule Braunschweig.) Mit 16 Abbildungen. (Eingegangen am 11. April 1935)	158
<b>Folke Norling</b> , Über die Bandenspektren der ionisierten Halogenwasserstoffe. I. Bromwasserstoffbanden. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. April 1935)	179
<b>Hans Betz</b> , Das elektrisch erregte Phosphoreszenzleuchten dünner Schichten von $\text{Al}_2\text{O}_3$ in Abhängigkeit von Fremdstoffzusätzen. (Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.) Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 17. April 1935)	189
<b>J. A. M. v. Liempt und J. A. de Vriend</b> , Ein neues Verfahren zur Prüfung photographischer Momentverschlüsse. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 24. April 1935)	198
<b>P. Jordan</b> , Zur Quantenelektrodynamik. I. Eichinvariante Quantelung. (Eingegangen am 27. April 1935)	202
<b>A. Eckardt, R. Gebauer und H. Rausch von Traubenberg</b> , Über die bei der Lithiumzertrümmerung durch Protonen auftretende weiche $\gamma$ -Strahlung. Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 28. April 1935)	210
<b>E. Olsson</b> , Das Emissionsspektrum des $\text{Te}_2$ . (Eingegangen am 29. April 1935)	215
<b>H. Klarmann</b> , Umwandlung von Aluminium durch Neutronen. Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 30. April 1935)	221
<b>K. Vogtherr</b> , Gleichzeitigkeit und Relativitätstheorie III. (Eingegangen am 1. April 1935)	227
<b>Herbert Jehle</b> , Eichinvarianz und Lichtgeschwindigkeit. (Eingegangen am 18. April 1935)	243
<b>Witold Jacyna</b> , Die Eigenschaften reeller Gase auf Grund der thermodynamischen Zustandsgleichung. V. Kompressibilität des Heliums unterhalb des kritischen Zustandes im Intervall von $4,34^\circ\text{K}$ bis $2,59^\circ\text{K}$ . Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 18. März 1935)	246
<b>Witold Jacyna</b> , Der $\psi_0$ -Wert auf Grund der neuen Zustandsgleichung. (Eingegangen am 18. März 1935)	252
<b>Witold Jacyna</b> , Die Eigenschaften reeller Gase auf Grund der thermodynamischen Zustandsgleichung. VI. Das kritische Gebiet bei Helium. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 8. April 1935)	253
<b>M. Czerny, H. Heins und W. Woltersdorf</b> , Drehplattenmethode zur Messung kleiner Lichtzeigerausschläge (Ergänzungen). (Eingegang. am 26. April 1935)	262

## Zur Spektroskopie der ultraweichen Röntgenstrahlung. IV.

Von Manne Siegbahn und T. Magnusson in Upsala.

Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 10. April 1935.)

In Fortsetzung unseres früheren Berichts über die Untersuchung der verschiedenen Reihen der Röntgenspektren werden hier die Ergebnisse innerhalb der *L*-Reihe bei den Elementen 27 Co bis 17 Cl besprochen. Besonderes Interesse bietet das Cl-Spektrum, wo in einigen Verbindungen verschobene Linien gefunden wurden. Ferner enthält diese Mitteilung eine Beschreibung der spektrometrischen Apparatur und Angaben betreffend die verwendeten Gitter.

**1. Einleitung.** Zur Fortführung der Untersuchungen über die Emissionspektren im ultraweichen Röntgengebiete, von denen wir früher berichtet haben<sup>1)</sup>, wurde das technische Verfahren zum Registrieren der Spektren weiter verbessert. Das Vakuumspektrometer ist neu konstruiert worden, um die Justierungen leichter ausführen zu können und um größere Stabilität zu erreichen. Mit dem neuen Modell ist es jetzt möglich, verschiedene Gitteraufstellungen in derselben Vakuumapparatur anzuwenden, so daß man leicht je nach Bedarf mit größerer oder kleinerer Dispersion arbeiten kann.

Auch die Emissionsquelle ist umgebaut worden, und zwar in der Weise, daß zwei hintereinandergestellte Rohre als Funkenkammer bzw. Röntgenrohr dienen. Dadurch ist der Vorteil gewonnen, daß die Zerstäubung der Elektroden der Hochvakuumfunkens Röntgenspektrum nicht verunreinigt, wie früher oft bemerkt wurde. Durch den größeren Abstand der Funken von dem Spalt ist die Verschmutzung des schmalen Spaltes durch die Zerstäubung der Elektroden auch wesentlich unterdrückt worden.

Ebenso wie in unseren früheren Arbeiten haben wir durchwegs zur Festlegung der Wellenlängen der ultraweichen Röntgenspektren an jeder Platte ein optisches Vergleichsspektrum aufgenommen. Im Zusammenhang mit der Untersuchung der Röntgenspektren wurden auch verschiedene Gitter geprüft, welche auf der neuen Gitterteilmashine geritzt worden sind.

**2. Das Spektrometer.** Die Anordnung und Konstruktion des Spektrometers schließt sich den früher im hiesigen Institut ausgeführten Typen an. An einer Bodenplatte mit vertikalen Seitenversteifungen (Fig. 1a) aus Elektronmetall sind Spalt, Gitter und Plattenhalter fest montiert. Der Spalt ist so konstruiert, daß er leicht zerlegt und gereinigt werden

---

<sup>1)</sup> Manne Siegbahn u. T. Magnusson, ZS. f. Phys. **62**, 435, 1930; **87**, 291, 1934; **88**, 559, 1934.

kann (Fig. 3) und nach dem Zusammensetzen wieder genau an dem früheren Platze festgeschraubt werden kann, so daß eine Neujustierung nicht nötig wird. Das Rohr ( $R$ ), welches an seinem vom Gitter abgewandten Ende den Spalt trägt, hat am anderen Ende einen grob verstellbaren Spalt ( $Bl\ 1$ ), der zur Abblendung dient. Demselben Zweck dient

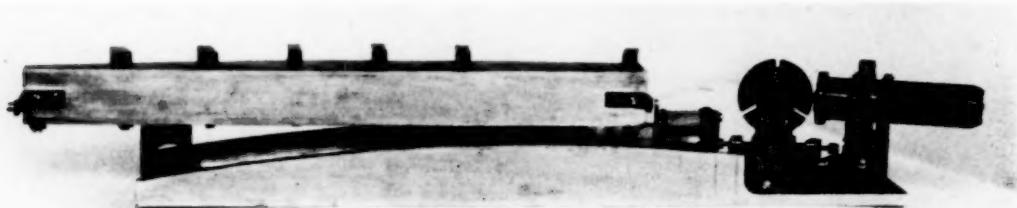


Fig. 1a. Spektrometereinsatz mit Spalt, Gitter und Plattenhalter.

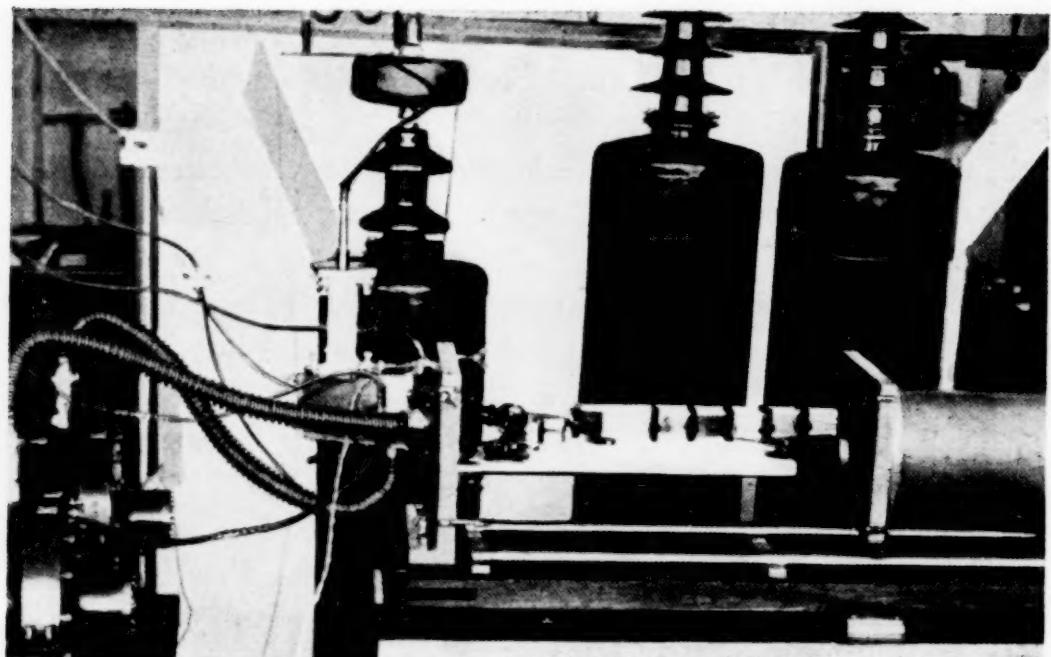


Fig. 1b. Vakuumspektrometer mit Funkenkammer und Röntgenrohr.

auch eine feste Blende in der Mitte des Rohres. Das Spaltrohr hat noch eine Vorrichtung zur Feineinstellung und Festlegung des Spaltes parallel zum Gitterstrich.

Der Gitterhalter hat Justiervorrichtungen, die es gestatten, das Gitter

1. um eine horizontale Achse senkrecht zur Gitterebene zu drehen,
2. um eine horizontale Achse parallel der Tangente zum Gitterspiegel zu drehen,
3. um eine vertikale Achse zu drehen,
4. parallel sich selbst zu verschieben.

Der Plattenhalter ist aus Elektronmetall ( $Mg + Al$ ) hergestellt. Die zylindrischen Flächen aber, gegen welche die Platten mit ihrer Schichtseite gedrückt werden, sind Messingstreifen, die an den Halter festgeschraubt sind. Der Grund hierfür ist, daß das Elektronmetall nicht so genau geschliffen werden kann wie Messing; nach kurzem Gebrauch zeigten auch die zuerst ganz aus Elektronmetall hergestellten Plattenhalter Unebenheiten an der Zylinderfläche, die an den entwickelten Spektralplatten schwarze Flecken hervorrufen. Der Plattenhalter ruht an zwei Fußplatten, die mikrometrisch verschiebbar sind. Die eine von diesen befindet sich senkrecht unter der Stelle an der zylindrischen Fläche, wohin das Zentralbild fällt. Diese

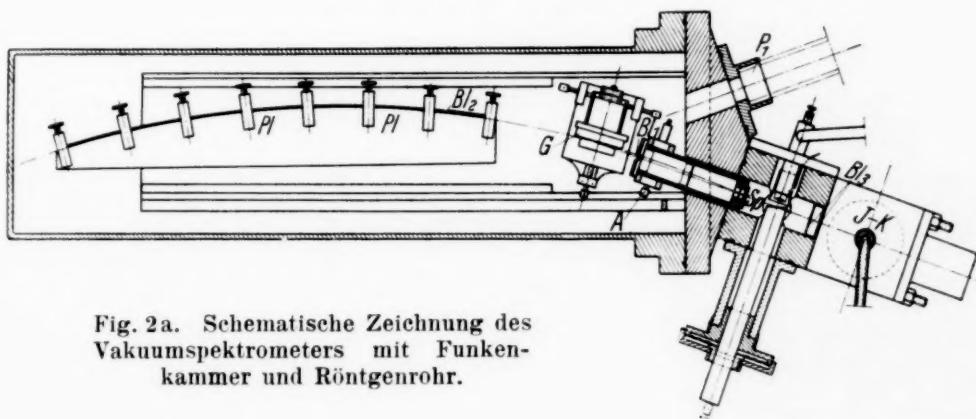


Fig. 2a. Schematische Zeichnung des Vakumspektrometers mit Funkenkammer und Röntgenrohr.

wird bei der Justierung zuerst eingestellt. Durch Änderung an der anderen Fußplatte ist es dann möglich, die Zylinderfläche mit dem Rowland-Kreis zur Deckung zu bringen.

Da, wie schon erwähnt, durchwegs Vergleichsspektren auf jeder Platte aufgenommen wurden, hat der Plattenhalter eine Blendenvorrichtung, die die obere oder untere Hälfte abblendet. Das Umschalten geschieht von außen (auch unter Vakuum) mit Hilfe einer elektromagnetischen Auslösung. Die ganze Anordnung nach Fig. 1a ist herausnehmbar und austauschbar. An der festen, vertikalen Wandplatte (Fig. 1b) ist jetzt eine horizontale Bodenplatte befestigt, an der der Einsatz Fig. 1a ruht und befestigt wird. Das Spaltrohr ist dabei in eine Bohrung in der festen Wandplatte eingeschoben, ohne diese jedoch zu berühren. An der äußeren Seite der Wandplatte ist das Röntgenrohr und die Funkenkammer (Fig. 2b) fest angeschraubt.

Es ist noch zu erwähnen, daß der Plattenhalter eine Vorrichtung ( $Bl\ 3$ , Fig. 2a) hat, wodurch die direkt gespiegelte Strahlung abgeblendet wird.

**3. Röntgenrohr-Funkenkammer.** Die Anordnung der beiden Lichtquellen dürfte aus Fig. 1 b, 2a und 2b klar sein. Die Antikathode des Röntgenrohres, welche in einem geschliffenen Porzellanisolator montiert ist, kann

mit Hilfe eines Gewindes fein verstellt werden. Die Dichtung zwischen dem kubischen Röhrenkörper und den Wänden geschieht wie an allen übrigen Stellen mit Gummischnüren, die in Rinnen eingelegt sind. Vakuumfette sind in dem Spektrometer durchwegs vermieden, um die sonst leicht auftretenden Kohle-K-Linien und andere von den Dichtemitteln herrührende

Verunreinigungen auszuschließen. Zwischen den beiden Lichtquellen befindet sich eine Blende, um eine Verunreinigung des Röntgenrohres durch die Zerstäubung der Elektroden der Funkenkammer soweit wie möglich zu unterdrücken.

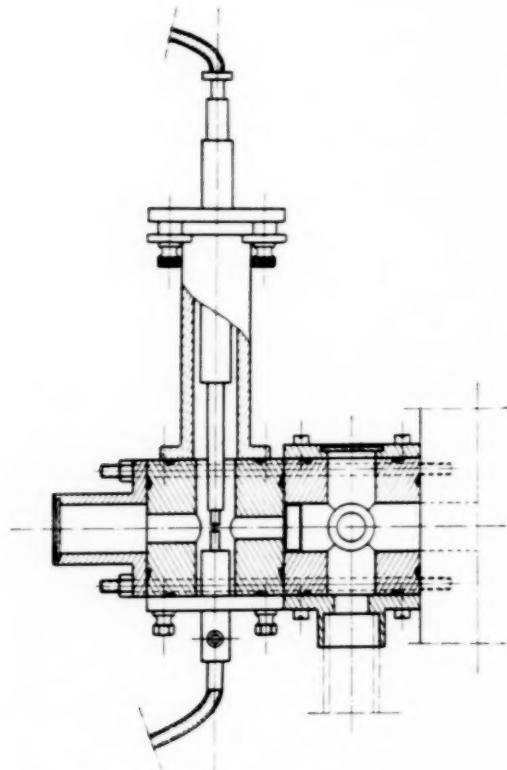


Fig. 2 b. Schematische Zeichnung  
der Funkenkammer und des Röntgenrohres  
von der Seite gesehen.

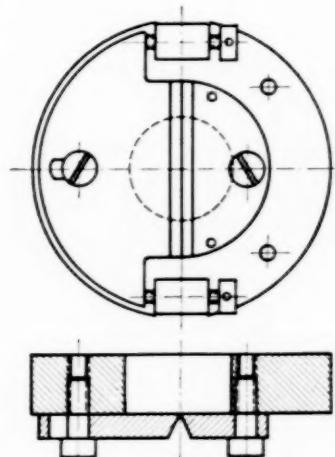


Fig. 3. Zerlegbarer, fein verstellbarer Spalt.

**4. Gitter.** In einer früheren Mitteilung<sup>1)</sup> ist erwähnt worden, daß im hiesigen Institut für die hier besprochenen Untersuchungen eine neue Teilmaschine gebaut worden ist. Diese Maschine gestattet die Teilung von Gittern bis zu einer Größe von etwa 100 mm, was für die Methode der streifenden Inzidenz mehr als genügend ist.

Die Maschine ist bis jetzt mit Anordnungen ausgerüstet, die Teilungen mit 288, 576 und 1152 Strichen/mm erlauben. Nach abgeschlossener Justierung der Maschine waren die mit ihr geteilten Gitter auch in den höheren Ordnungen praktisch frei von Geistern. Dem Zweck entsprechend sind die Gitter mit außerordentlich leichtem Druck des Diamants geritzt. Um dies zu erreichen, ist die Teilverrichtung, die als Halter für den Diamanten dient, aus Elektronmetall (spez. Gew. 1,8) hergestellt und mit

<sup>1)</sup> M. Siegbahn, Proc. Phys. Soc. London (A) **45**, 689, 1933.

Sicherung der Stabilität möglichst leicht gebaut. Es wurde durchwegs mit geschliffenen Diamanten gearbeitet. Dank dem leichten Druck gelang es im allgemeinen, ohne Bruch der Diamantspitze eine ganze Teilung durchzuführen, soweit dies aus mikroskopischer Durchmusterung der geteilten Fläche ersichtlich ist. Was die Konstruktion der Teilmaschine betrifft, so sei erwähnt, daß diese aus zwei voneinander getrennten Teilen besteht, die jeder für sich auf besondere Fundamente montiert sind. Die eine dieser Maschinen enthält die Schraube mit Mutter und Teilrad sowie den Tisch für das zu teilende Gitter und ferner die Teilverrichtung. Der andere Teil ist sozusagen die Arbeitsmaschine, die aber nur dann mit der erstgenannten automatisch gekoppelt wird, wenn und dort, wo eine Bewegung ausgeführt werden soll. Wenn also ein Strich gezogen wird, ist die einzige Verbindung zwischen den beiden Maschinen eine leichte Stahlstange, die dem Diamantenhalter seine Bewegung gibt. Mechanische, besonders periodische Störungen (die ja unter anderem die bekannten Lymangeister verursachen) sind in dieser Weise unterdrückt bzw. ausgeschlossen.

Für unsere Zwecke wurden Gitter teils auf Glas, teils auf Spiegelmetall und teils auf rostfreiem Stahl hergestellt. Auf Grund unserer Versuchsaufnahmen läßt sich nicht sagen, daß das eine oder das andere Material in diesem Wellenlängengebiet das bessere ist. In allen Fällen war es möglich, auch die kürzesten Wellenlängen zu registrieren und gut definierte Linien zu erhalten. Die Glasgitter haben jedenfalls den Vorteil, weniger empfindlich zu sein und leichter gereinigt werden zu können. Im allgemeinen haben wir uns in den hier besprochenen Untersuchungen der Glasgitter bedient, und zwar mit einem Radius von 2 m. Einige Aufnahmen mit diesen Gittern sind in der schon zitierten Arbeit wiedergegeben. Es handelte sich dabei um Glasgitter mit 288 Strichen/mm. In der jetzigen Arbeit wurden hauptsächlich Gitter mit 576 und 1152 Strichen/mm verwandt. In Fig. 4 sind einige Spektrogramme des Al-Funkenspektrums, die im allgemeinen zu Justierzwecken und zur Kontrolle der genauen Justierung des Spektrometers dienten, wiedergegeben. Das oberste Spektrogramm, 60 bis 100 Å, wurde mit einem Spiegelmetallgitter erhalten; Strichzahl 1152 pro mm, geteilte Fläche  $35 \times 10 \text{ mm}^2$ . Der Spalt war etwa  $4 \mu$  breit. Die Hochspannungsfunkens wurden mit 65 kV betrieben, die parallelgeschalteten Kondensatoren haben eine Kapazität von  $0,3 \mu\text{F}$ . Die Aufnahme ist mit insgesamt etwa 900 Funken erhalten. Die Vergrößerung bei der Reproduktion ist 2-fach.

Die drei unteren Streifen in Fig. 4, welche das Wellenlängengebiet 100 bis 320 Å wiedergeben, wurden mit einem Glasgitter erhalten. Die Strichzahl bei diesem Gitter ist 576 pro mm; geritzte Fläche  $40 \times 10 \text{ mm}^2$ .

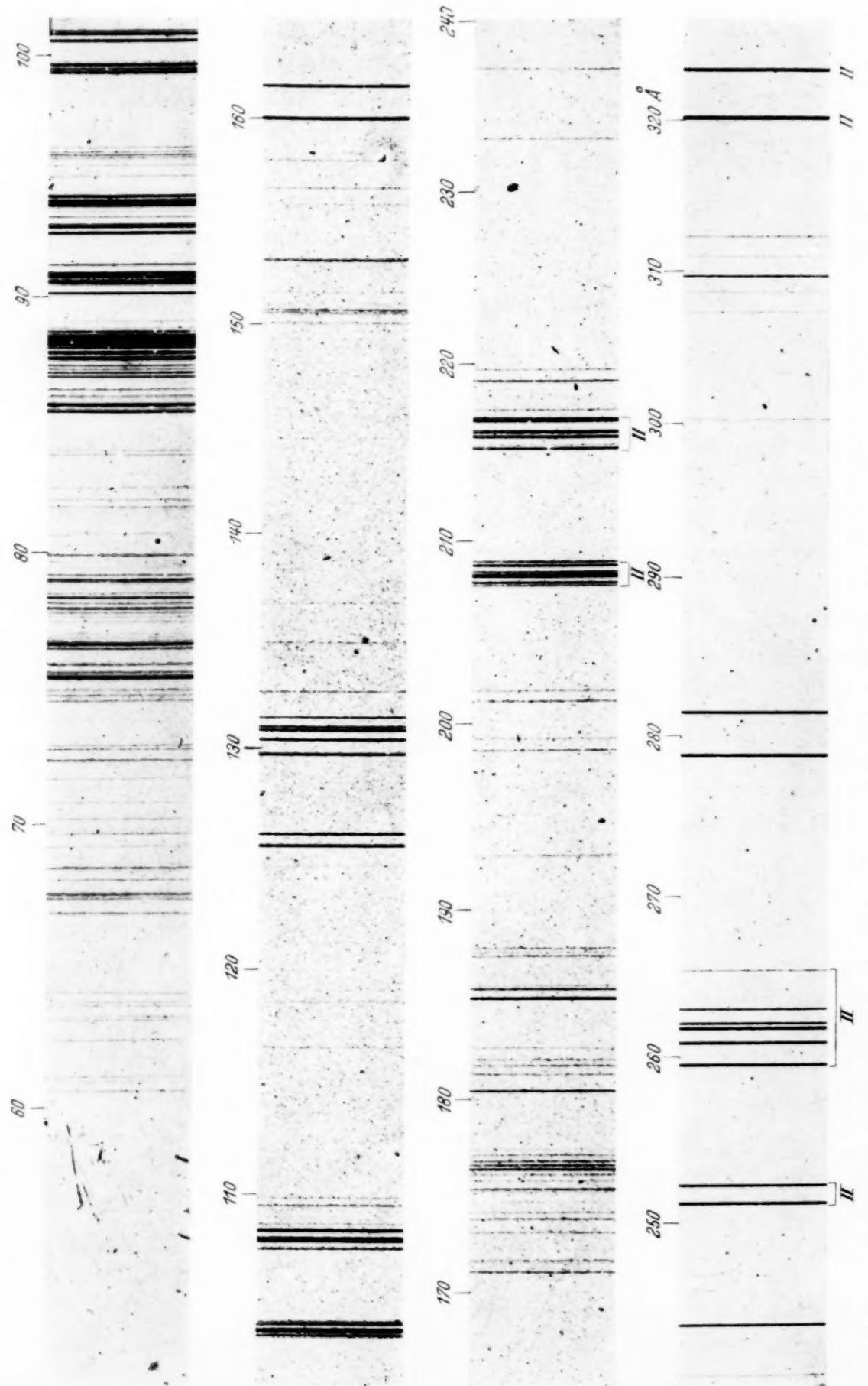


Fig. 4. Aufnahme des Al-Funkenspektrums im Gebiete 60–320 Å. Das Wellenlängengebiet 60–100 Å (oberste Streifen) mit Spiegelmetallfilter, 1162 Str., mm, erhalten. Verstärkung 2 mal; das Gebiet 100–320 Å (die drei unteren Streifen) mit Glascitter, 576 Str., mm, Voreinstellung 3,5 mal.

Die Spaltbreite war in diesem Falle  $2 \mu$ . Die Vergrößerung bei der Reproduktion ist etwa 3,5-fach. Bemerkenswert bei diesem Gitter ist die große Intensität der zweiten Ordnung, wie die Al V-, VI-Multiplette 104 und 108 Å (d. h. bei 208 bzw. 216 Å) zeigen. Die starken Linien (von Al IV herrührend) bei 160 und 162 Å sind in zweiter Ordnung (d. h. bei 320, 324 Å) stark überexponiert.

**5. Untersuchungen über die L-Reihe im Gebiete 27 Co bis 19 K.** Die L-Reihe in diesem Gebiete ist schon mehrmals untersucht worden. Bei den Elementen 27 Co bis 23 Va wurde die  $\alpha$ -Linie mit Kristall (Fettsäurekristall) gemessen, für die höheren der genannten Elemente wurden noch einige der  $\lambda$ -,  $\eta$ - und  $\beta_1$ -Linien gefunden. Mit ebenen, geritzten Gittern sind in den letzten Jahren mehrere Untersuchungen der L-Reihe dieser Elemente durchgeführt. Die genauesten dieser Messungen, welche alle in der Tabelle 1 wiedergegeben sind, stammen von Witmer und Cork.

Unsere eigenen Untersuchungen der genannten Spektren mittels Konkavgitter beanspruchen im kurzwelligen Gebiete keine höhere Genauigkeit als die zuletzt erwähnten. Da aber unsere Ergebnisse der verschiedenen Reihen vollständiger sind, teilen wir unsere Resultate jetzt mit. Betreffend die Genauigkeit der Messungen ist hier besonders zu berücksichtigen, daß die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Linien, welche Übergänge der Valenzelektronen darstellen, aller Wahrscheinlichkeit nach eine unsymmetrische und komplizierte Struktur aufweisen. Bei der von uns benutzten Auflösung war es ebenso wie aus dem von früheren Forschern, die mit geritzten Gittern gearbeitet haben, erreichten jedoch nicht möglich, eine Struktur der Linien zu ersehen. Daß eine solche bei 29 Cu und 28 Ni vorhanden ist, wurde von Thoraeus<sup>1)</sup> mit Kristallgitteraufnahmen gezeigt.

Die Einzelergebnisse für die verschiedenen Elemente sind in den Tabellen 2 bis 10 wiedergegeben. Dabei wurde teils ein Gitter (Glas) mit 288 Strichen/mm, Radius 1800 mm, geteilte Fläche  $10 \times 20 \text{ mm}^2$  benutzt (die entsprechenden Spektralplatten sind mit einem T nebst Nummer bezeichnet), teils noch mit einem zweiten Glasgitter (Platten mit D bezeichnet) mit 576 Strichen/mm, Radius 2000 mm,  $10 \times 40 \text{ mm}^2$  geteilte Fläche.

Bei Mittelwertsbildung der  $\lambda$ -Werte wurde die Genauigkeit der einzelnen Werte geschätzt, und zwar unter Berücksichtigung des Abstandes von den Standardlinien und der Linienintensität. Wie in unseren früheren Arbeiten wurde auf jeder Platte ein Vergleichsspektrum von einem Hochvakuum-

<sup>1)</sup> R. Thoraeus, Phil. Mag. **2**, 1007, 1926.

Tabelle 1. Wellenlängen der *L*-Reihe bei den Elementen 27 Co—19 K nach verschiedenen Messungen.

Eb. G. = mit ebenem Gitter. — Konk. G. = mit konkavem Gitter. — Kristall = siehe M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlung, 2. Aufl., S. 240. — Th. = J. Thibaud, Journ. Opt. Soc. Amer. **17**, 145, 1928. — Hu. = F. L. Hunt, Phys. Rev. **29**, 919, 1927; **30**, 227, 1927. — B. = E. Bäcklin, Dissert. Upsala 1928. — K. = G. Kellström, ZS. f. Phys. **58**, 511, 1929. — Ho. = C. E. Howe, Phys. Rev. **35**, 717, 1930. — W.-C. = R. B. Witmer u. J. M. Cork, Phys. Rev. **42**, 743, 1932 ( $OK\alpha = 23,644$ ;  $CK\alpha = 44,448$ ). — Pr. = J. A. Prins, ZS. f. Phys. **81**, 507, 1933 (rel.  $OK\alpha = 23,58$ ).

	<i>l</i>	$\eta$	$L_{\text{III}} M_{\text{IV,V}}$ $\alpha_{1,2}$	$\beta_1$	$\beta_{3,4}$	
27 Co	18,20	17,77	15,94	15,62		Kristall
	18,28		15,94			Eb. G. K.
	18,34		15,99	15,64		Eb. G. Ho.
	18,321		15,990	15,690		Eb. G. W.-C.
	18,25	18,0	15,94	15,63		Konk. G. S.-M.
26 Fe	20,12	19,65	17,58	17,22	15,61	Kristall
	20,1	19,6	17,7			Eb. G. Th.
			17,8			Eb. G. Hu.
			17,61			Eb. G. B.
	20,15		17,54			Eb. G. K.
	20,25		17,66	17,29		Eb. G. Ho.
	20,161		17,602	17,281		Eb. G. W.-C.
			17,54	17,23		Eb. G. Pr.
	20,14	19,73	17,56	17,22		Konk. G. S.-M.
25 Mn			19,39	19,04		Kristall
	22,34		19,55	19,17		Eb. G. Ho.
	22,296		19,454	19,136		Eb. G. W.-C.
	22,2 (5)	22,0	19,48	19,15		Konk. G. S.-M.
24 Cr			21,53	21,19		Kristall
	24,73		21,74			Eb. G. K.
			21,73			Eb. G. Ho.
	24,788		21,670	21,279		Eb. G. W.-C.
	24,75	24,3 (4)	21,63	21,26		Konk. G. S.-M.
23 Va			24,2			Kristall
	27,70		24,31			Eb. G. Ho.
	27,78		24,215			Eb. G. W.-C.
	27,77	27,4 (2)	24,42	24,1 (8)		Konk. G. S.-M.
22 Ti	31,33		27,37			Eb. G. K.
			27,48			Eb. G. Ho.
	31,39	30,9 (5)	27,53	27,2		Konk. G. S.-M.
21 Sc	35,71		31,37			Eb. G. K.
	35,5 (6)	35,11	31,44	31,0 (5)		Konk. G. S.-M.
20 Ca	40,90		36,27			Eb. G. K.
	39,63					Eb. G. Ho.
	40,92	40,44	36,31	35,90		Konk. G. S.-M.
19 K	47,75	47,24				Konk. G. S.-M.

funkten mitregistriert, und mit seiner Hilfe eine Korrektionstabelle für die zu ermittelnden Wellenlängen berechnet. Die Spektren von 27 Co bis 22 Ti wurden von den Elementen in metallischer Form aufgenommen, bei 26 Fe außerdem mit FeS. Von 21 Sc stand eine Verbindung  $\text{Sc}[\text{C}_6\text{H}_4(\text{NO}_2)\text{COO}]_3$  zur Verfügung. Das Spektrum von 20 Ca wurde mit  $\text{CaO}$ ,  $\text{Ca}_2\text{C}$  und  $\text{CaCO}_3$

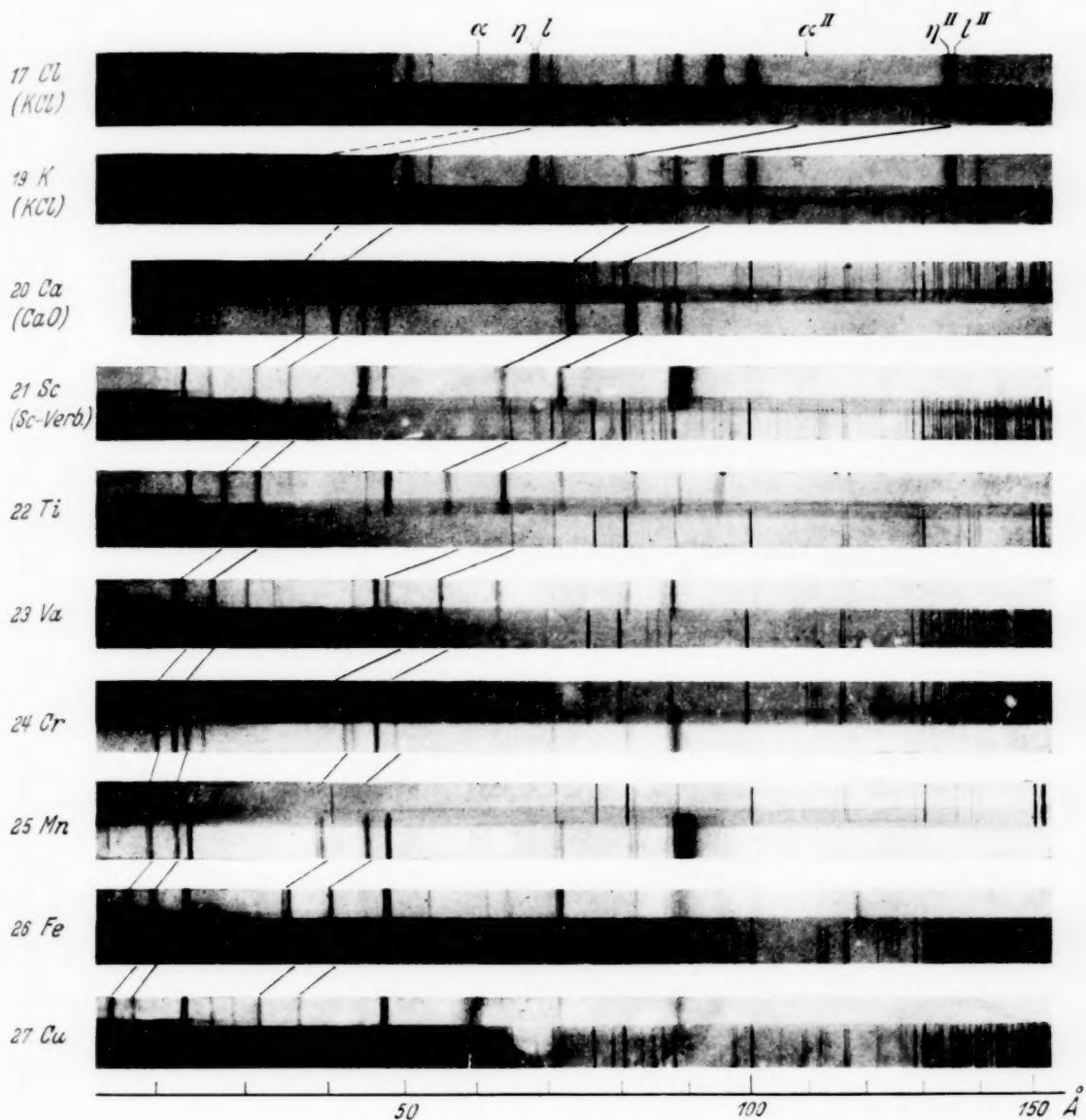


Fig. 5. Aufnahmen der L-Reihe bei den Elementen 17 Cl bis 27 Cu.

an der Antikathode aufgenommen. Wie die Meßergebnisse der verschiedenen Platten in Tabelle 9 zeigen, können hier jedoch keine Unterschiede in den Wellenlängen der betreffenden Spektrallinien nachgewiesen werden. Auch bei 19 K wurde eine Mehrzahl verschiedener Verbindungen untersucht, nämlich  $\text{KCl}$ ,  $\text{KBr}$  und  $\text{K}_2\text{SO}_4$ . Ein Unterschied konnte aber nicht festgestellt werden. Eine Übersicht der Spektren gibt Fig. 5. Bemerkenswert

Tabelle 2. 27 Co.

	D 58	D 59 <sup>1)</sup>	$\lambda$	
$L\beta I$	(2) 15,6 (5)			
$L\alpha I$	(4) 15,93			
$L\eta I$	(0) 17,9			
$LlI$	(1) 18,18			
$L\beta II$	(1) 2, 15,68			
$L\alpha II$	(3) 2, 15,99	(2) 2, 15,90		
$L\eta II$	(0) 2, 17,98	(00) 2, 18,03		

Tabelle 2. 27 Co.

	D 58	D 59 <sup>1)</sup>	$\lambda$	
$L\beta I$	(2) 15,6 (5)			
$L\alpha I$	(4) 15,93			
$L\eta I$	(0) 17,9			
$LlI$	(1) 18,18			
$L\beta II$	(1) 2, 15,68			
$L\alpha II$	(3) 2, 15,99	(2) 2, 15,90		
$L\eta II$	(0) 2, 17,98	(00) 2, 18,03		

Tabelle 3. 26 Fe.

	T 150	T 165	D 56	D 57	D 133 (FeS)	D 137 (FeS)	$\lambda$
$L\beta I$							
$L\alpha I$							
$L\eta I$							
$LlI$							
$L\beta II$							
$L\alpha II$							
$L\eta II$							
$LlII$							
$L\beta III$							
$L\alpha III$							
$L\eta III$							
$LlIII$							
$L\beta IV$							
$L\alpha IV$							
$LlIV$							
$L\beta V$							
$L\alpha V$							
$LlV$							
$L\beta VI$							
$L\alpha VI$							
$LlVI$							
$L\beta VII$							
$L\alpha VII$							
$LlVII$							
$L\beta VIII$							
$L\alpha VIII$							
$LlVIII$							
$L\beta IX$							
$L\alpha IX$							
$LlIX$							

1) In der ersten Ordnung keine Referenzlinien.

(0) 9, 17,56

(0) 9, 17,57

(0) 6, 17,54

(00) 8, 17,56

(0) 5, 17,5

(0) 4, 17,53

(0) 4, 17,52

(0) 3, 20,1

(00) 3, 20,1

(0) 3, 17,52

(0) 4, 17,51

(0) 4, 17,50

(0) 4, 17,49

(0) 4, 17,48

(0) 4, 17,47

(0) 4, 17,46

(0) 4, 17,45

(0) 4, 17,44

(0) 4, 17,43

(0) 4, 17,42

(0) 4, 17,41

(0) 4, 17,40

(0) 4, 17,39

(0) 4, 17,38

(0) 4, 17,37

(0) 4, 17,36

(0) 4, 17,35

(0) 4, 17,34

(0) 4, 17,33

(0) 4, 17,32

(0) 4, 17,31

(0) 4, 17,30

(0) 4, 17,29

(0) 4, 17,28

(0) 4, 17,27

(0) 4, 17,26

(0) 4, 17,25

(0) 4, 17,24

(0) 4, 17,23

(0) 4, 17,22

(0) 4, 17,21

(0) 4, 17,20

(0) 4, 17,19

(0) 4, 17,18

(0) 4, 17,17

(0) 4, 17,16

(0) 4, 17,15

(0) 4, 17,14

(0) 4, 17,13

(0) 4, 17,12

(0) 4, 17,11

(0) 4, 17,10

(0) 4, 17,9

(0) 4, 17,8

(0) 4, 17,7

(0) 4, 17,6

(0) 4, 17,5

(0) 4, 17,4

(0) 4, 17,3

(0) 4, 17,2

(0) 4, 17,1

(0) 4, 17,0

Tabelle 4. 25 Mn.

	T 148	T 161	D 49	$\lambda$
$L\beta I$			(1) 19,0 (6)	19,15
$L\alpha I$	(1) 19,51	(3) 19,36	(3) 19,4 (6)	19,48
$L\eta I$			(0) 21,9	22,0
$Ll I$	(1) 22,20	(2) 22,23	(3) 22,3 (1)	22,2 (5)
$L\beta II$			(2) 2 · 19,17	
$L\alpha II$	(0) 2 · 19,46	(1) 2 · 19,37	(3) 2 · 19,50	
$Ll II + CK I$	(0) 2 · 22,2 (5)	(0) 2 · 22,2 (5)	(3) 2 · 22,31	
$L\beta III$		(00) 3 · 19,1	(00) 3 · 19,15	
$L\alpha III$		(0) 3 · 19,47	(0) 3 · 19,48	
$L\eta III$			(00) 3 · 22,01	
$Ll III$	(0) 3 · 22,3	(0) 3 · 22,27	(00) 3 · 22,25	
$L\beta IV$			(0) 4 · 19,2	
$L\alpha IV$			(0) 4 · 19,5	

Tabelle 5. 24 Cr.

	T 143	T 164	D 44	D 81	$\lambda$
$L\beta I$				(00) 21,2	21,26
$L\alpha I$	(2) 21,69	(2) 21,67	(2) 21,58	(2) 21,64	21,63
$L\eta I$			(1) 24,24	(0) 24,3 (7)	24,3 (4)
$Ll I$	(1) 24,72	(1) 24,73	(3) 24,74	(2) 24,77	24,75
$L\beta II$			(0) 2 · 21,28	(0) 2 · 21,2 (5)	
$L\alpha II$			(2) 2 · 21,65	(2) 2 · 21,60	
$L\eta II$			(0) 2 · 24,4		
$Ll II$			(2) 2 · 24,78	(1) 2 · 24,75	
$Ll III$		(0) 3 · 24,69	(00) 3 · 24,7		
$L\alpha IV$		(0) 4 · 21,60	(0) 4 · 21,6 (5)	(0) 4 · 21,57	

Tabelle 6. 23 Va.

	T 147	T 160	D 46
$L\beta I$			
$L\alpha I$	(1) 24,54	(1) 24,47	{ (3) 24,3
$L\eta I$			(00) 27,4
$Ll I$	(4) 27,86	(5) 27,84	{ (4) 27,80
$L\beta II$		{ (0) 2 · 24,2	(2) 2 · 24,26
$L\alpha II$			{ (2) 2 · 24,53
$L\eta II$			(0) 2 · 27,45
$Ll II$	(2) 2 · 27,73	(2) 2 · 27,77	{ (4) 2 · 27,84
$Ll III$	(1) 3 · 27,73	(2) 3 · 27,71	{ (1) 3 · 27,76
$Ll IV$	(1) 4 · 27,75	(2) 4 · 27,73	
$Ll V$	(0) 5 · 27,67	(0) 5 · 27,74	
$Ll VI$		(0) 6 · 27,80	

	D 80	D 133	D 134	$\lambda$
$L\beta I$	{ (2) 24,3			24,1 (8)
$L\alpha I$	(00) 27,3	(0) 24,36	(1) 24,35	24,42
$L\eta I$	(4) 27,77	(1) 27,82	(0) 27,27	27,4 (2)
$Ll I$	(1) 2 · 24,14	{ (0) 2 · 24,3	(0) 2 · 24,21	27,77
$L\alpha II$	(1) 2 · 24,4		(0) 2 · 24,40	
$L\eta II$	(00) 2 · 27,3 (5)	(0) 2 · 27,37	(00) 2 · 27,48	
$Ll II$	(4) 2 · 27,74	(1) 2 · 27,76	(1) 2 · 27,78	
$Ll III$	(0) 3 · 27,71		(0) 3 · 27,79	

Tabelle 7. 22 Ti.

	T 144	T 162	D 45	$\lambda$
$L\beta I$			(1)	27,19
$L\alpha I$	(2) 27,59	(3) 27,51	(2)	27,56
$L\eta I$			(0)	31,0
$Ll I$	(4) 31,44	(5) 31,45	(3)	31,37
$Ti?$	(0) 32,7 (5)	(2) 32,9	(00)	32,9
$L\beta II$			(0)	2 · 27,2
$L\alpha II$	(00) 2 · 27,5		(1)	2 · 27,55
$L\eta II$			(0)	2 · 30,9
$Ll II$	(0) 2 · 31,37	(1) 2 · 31,37	(4)	2 · 31,38
$L\alpha III$			(0)	3 · 27,43
$Ll III$	(1) 3 · 31,39	(2) 3 · 31,48		
+ $OK\alpha IV$				
$Ll IV$	(00) 4 · 31,38	(1) 4 · 31,21		

Tabelle 8. 21 Sc ( $Sc[C_6H_4(NO_2)COO]_3$ ).

	T 196	D 69	$\lambda$
$L\beta I$			31,0 (5)
+ $NK\alpha I$			
$L\alpha I$	(5) 31,45	(2) 31,4 (4)	31,44
$L\eta I$		(0) 35,13	35,11
$Ll I$	(3) 35,37	(2) 35,56	35,5 (6)
$L\beta II$		(0) 2 · 31,05	
$L\alpha II$	(1) 2 · 31,4 (5)	(1) 2 · 31,43	
$L\eta II$	(0) 2 · 35,04	(1) 2 · 35,12	
+ $OK\alpha III$			
$Ll II$	(1) 2 · 35,53	(4) 2 · 35,67	
$Ll III$	(0) 3 · 35,5		
$L\alpha IV$	(0) 4 · 31,5		

ist die Intensitätsänderung in den verschiedenen Reihen, die darin besteht, daß die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Linien bei den höheren Elementen 27 Co, 26 Fe intensiver sind als die  $\eta$ - und  $l$ -Linien; bei 23 Va bis 20 Ca ist dagegen die  $l$ -Linie am stärksten: den Übergang vermitteln die Elemente 25 Mn und 24 Cr. Bei 19 K konnten wir die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Linien nicht mehr finden, was mit dem Aufbau der betreffenden Elektronenschalen der Atome in Übereinstimmung steht. Zwar haben wir bei etwa 41 Å eine schwache Linie gefunden, die aber wahrscheinlich die Ca  $l$  ist. Da wir mit Oxydkathoden arbeiten, die Ca enthalten, kommt diese Linie im allgemeinen vor. Mit einer möglichst Ca-armen Oxydkathode war die Linie äußerst schwach im Verhältnis zu den Kaliumlinien.

Die Tabelle 11 gibt die geschätzten, relativen Intensitäten an. Die Intensitätsschätzungen beziehen sich dabei nur auf jedes Element für sich. — Die letzte Spalte gibt ferner die Zahl der Elektronen in der  $M_{IV,V}$ -Schale der freien Atome. Bekanntlich ist diese Elektronengruppe bei der Emission der  $L\alpha$ - und  $\beta$ -Linien beteiligt.

Tabelle 9. 20 Ca.

	T 145 Ca O	T 163 Ca O	D 50 Ca O	D 55 Ca O	D 28 Ca <sub>2</sub> C	D 66 Ca CO <sub>3</sub>	D 67 Ca CO <sub>3</sub>	$\lambda$
$L\beta I$ . .				(0) 35,94	(0) 35,84	(0) 35,9	(0) 35,87	35,90
$L\alpha I$ . .	(4) 36,34	(4) 36,21	(1) 36,24	(1) 36,28	(3) 36,25	(2) 36,31	(2) 36,25	36,31
$L\eta I$ . .	(5) 40,7	{ (5) 40,7	(2) 40,31	(2) 40,38	(3) 40,44	(2) 40,46	(2) 40,36	40,44
$L\eta II$ . .	(5) 41,0		(3) 40,83	(3) 40,86	(5) 40,95	(4) 40,94	(4) 40,89	40,92
$L\beta II$ . .			(1) 2 . 35,9	(1) 2 . 35,92	(2) 2 . 35,9	(1) 2 . 35,90	(3) 2 . 35,92	41,1?
$L\alpha II$ . .	(1) 2 . 36,40	(2) 2 . 36,28	(2) 2 . 36,31	(3) 2 . 36,29	(4) 2 . 36,33	(4) 2 . 36,32	(4) 2 . 36,29	
$L\eta II$ . .	(2) 2 . 40,55	(3) 2 . 40,45	(3) 2 . 40,40	(3) 2 . 40,46	(4) 2 . 40,45	(4) 2 . 40,50	(4) 2 . 40,46	
$L\eta III$ . .	(4) 2 . 40,99	(4) 2 . 40,92	(5) 2 . 40,88	(5) 2 . 40,93	(5) 2 . 40,9	(5) 2 . 40,97	(5) 2 . 40,93	
$L\alpha III$ . .	(00) 3 . 36,33	(1) 3 . 36,32			(0) 3 . 36,33	(0) 3 . 36,3	(0) 3 . 36,3	
$L\eta III$ . .	(1) 3 . 40,45	(1) 3 . 40,43						
$L\eta III$ . .	(2) 3 . 40,90	(2) 3 . 40,94						
$L\alpha IV$ . .			(0) 4 . 36,3					
$L\eta IV$ . .	(0) 4 . 40,42	(1) 4 . 40,46	(00) 4 . 40,4					
$L\eta IV$ . .	(0) 4 . 40,99	(2) 4 . 40,92	(0) 4 . 40,9	(0) 4 . 40,9 (5)	(2) 4 . 40,92	(2) 4 . 40,9	(1) 4 . 40,91	
$L\eta V$ . .			(0) 5 . 40,46					
$L\eta V$ . .			(1) 5 . 40,97					
$L\eta VI$ . .			(00) 6 . 40,45					
$L\eta VI$ . .			(0) 6 . 40,93					

Tabelle 10. 19 K.

	T 167 K Cl	T 178 K Cl	T 180 K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	T 61 K Br	D 52 K Cl	D 87 K ClO <sub>3</sub>	D 88 K Cl	$\lambda$
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> I . . .	(5) 47,5	(5) 47,7	(5) 47,4	(5) 47,7	{ (4) 47,22 (4) 47,74	{ (3) 47,18 (4) 47,71	{ (3) 47,14 (4) 47,75	46,8 47,24 <sup>1)</sup>
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> I . . .	(4) 50,1	(4) 50,25	(3) 50,12	(2) 50,26	{ (0) 50,25 (0) 2 · 46,7	{ (1) 50,2 (5) (0) 2 · 46,7	{ (0) 2 · 50,3 (0) 2 · 46,7	47,75 50,25
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> II . . .	(3) 2 · 47,25	(3) 2 · 47,27	(1) 2 · 47,23	(2) 2 · 47,73	{ (3) 2 · 47,25 (5) 2 · 47,76	{ (4) 2 · 47,22 (5) 2 · 47,71	{ (1) 2 · 47,28 (5) 2 · 47,79	47,75 46,7
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> III . . .	(4) 2 · 47,75	(4) 2 · 47,76	(2) 2 · 47,73		{ (1) 2 · 50,13 (1) 2 · 50,44	{ (0) 2 · 50,12 (0) 2 · 50,34	{ (1) 2 · 50,3 (1) 2 · 50,34	50,3 47,79
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> IV . . .	(1) 2 · 50,3	(1) 2 · 50,29	(1) 3 · 46,70	(0) 3 · 46,79	{ (2) 3 · 47,25 (1) 3 · 47,19	{ (0) 3 · 47,25 (2) 3 · 47,25	{ (0) 3 · 47,2 (0) 3 · 47,8	46,7 47,26
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> V . . .	(2) 3 · 47,22	(2) 3 · 47,22	(1) 3 · 47,25	(1) 3 · 47,77	{ (4) 3 · 47,77 (4) 3 · 47,70	{ (0) 3 · 47,2 (0) 3 · 47,8	{ (0) 4 · 46,7 (0) 4 · 47,21	46,7 47,21
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VI . . .	(3) 3 · 47,74	(3) 3 · 47,74	(3) 3 · 47,73		{ (1) 4 · 47,24 (1) 4 · 47,74	{ (1) 4 · 47,24 (1) 4 · 47,76	{ (2) 4 · 47,24 (2) 4 · 47,75	46,7 47,26
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VII . . .	(0) 3 · 50,3	(0) 3 · 50,4	(0) 3 · 50,4	(0) 4 · 46,86	{ (0) 4 · 47,24 (0) 4 · 47,74	{ (0) 4 · 47,28 (0) 4 · 47,78	{ (0) 4 · 47,24 (0) 4 · 47,76	46,7 47,26
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VIII . . .	(1) 4 · 47,24	(2) 4 · 47,24	(0) 4 · 47,24	(0) 4 · 46,93	{ (0) 5 · 46,95 (1) 5 · 47,21	{ (1) 5 · 47,21 (1) 5 · 47,75	{ (2) 4 · 47,21 (3) 4 · 47,73	46,7 47,26
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> V . . .	(1) 5 · 47,22	(1) 5 · 47,22	(1) 5 · 47,21		{ (2) 5 · 47,75 (0) 6 · 46,8	{ (0) 5 · 47,26 (0) 5 · 47,75	{ (0) 5 · 47,2 (0) 5 · 47,75	46,8 47,75
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VI . . .	(2) 5 · 47,74	(2) 5 · 47,74	(2) 5 · 47,72	(0) 6 · 46,7	{ (0) 6 · 46,8 (1) 6 · 47,21	{ (0) 6 · 46,8 (1) 6 · 47,73	{ (0) 5 · 47,2 (0) 5 · 47,75	46,8 47,75
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VII . . .	(0) 6 · 47,26	(0) 6 · 47,26	(1) 6 · 47,25	(1) 6 · 47,74	{ (0) 6 · 47,21 (1) 6 · 47,73	{ (0) 6 · 47,21 (1) 6 · 47,73	{ (0) 5 · 47,2 (0) 5 · 47,75	46,8 47,75
<i>L</i> <sub>1</sub> <sup>η</sup> VIII . . .	(0) 7 · 47,30	(0) 7 · 47,25	(0) 7 · 47,25	(0) 8 · 47,80	{ (0) 8 · 47,25 (0) 8 · 47,73	{ (0) 8 · 47,25 (0) 8 · 47,73	{ (0) 8 · 47,2 (0) 8 · 47,75	46,8 47,75

<sup>1)</sup> In niedrigen Ordnungen Störung durch Überlagerung der O-K-Linie vielleicht vorhanden.

Tabelle 11. Relative Intensitäten der *L*-Linien.

	$\beta$	$\alpha$	$\eta$	$l$	$M_{IV, V}$
27 Co . . . . .	2	4	1	3	7
26 Fe . . . . .	3	5	1	4	6
25 Mn . . . . .	3	4	1	4	5
24 Cr . . . . .	1	3	1	3	5
23 Va . . . . .	2	2	1	5	3
22 Ti . . . . .	1	2	1	5	2
21 Sc . . . . .	0	2	1	5	1
20 Ca . . . . .	1	2	3	5	—
19 K . . . . .	—	—	4	5	—
18 A . . . . .	—	—	—	—	—
17 Cl . . . . .	—	—	4	5	—

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Wellenlängenmessungen sowie die zugehörigen Werte von  $v/R$  und  $\sqrt{v/R}$  ist in Tabelle 12 gegeben.

#### 6. Die *L*-Reihe von 17 Cl.

Schon in unserer früheren Mitteilung (l. c.) haben wir einige Ergebnisse betreffend das Cl-Spektrum erwähnt. Dies Element wurde jetzt einer eingehenderen Untersuchung unterworfen, da es viele interessante Erscheinungen aufwies. Es zeigte sich nämlich, daß das *l*- $\eta$ -Dublett, das bei diesem Element aus ungewöhnlich scharfen Linien besteht (totale Breite am Fuß 0,60 Å, d. h. Halbwert  $< 0,15$  Å oder  $< 0,45$  Volt), in gewissen Verbindungen des Chlors verdoppelt auftritt. In fünffacher Vergrößerung der Spektrogramme ist dies in Fig. 6 zu sehen. Während bei CsCl das Dublett, wie ersichtlich, allein auftritt, zeigt sich bei KCl neben diesem Dublett ein gegen kürzere Wellenlängen verschobenes Dublett. Der Dublettabstand bei diesem verschobenen Dublett

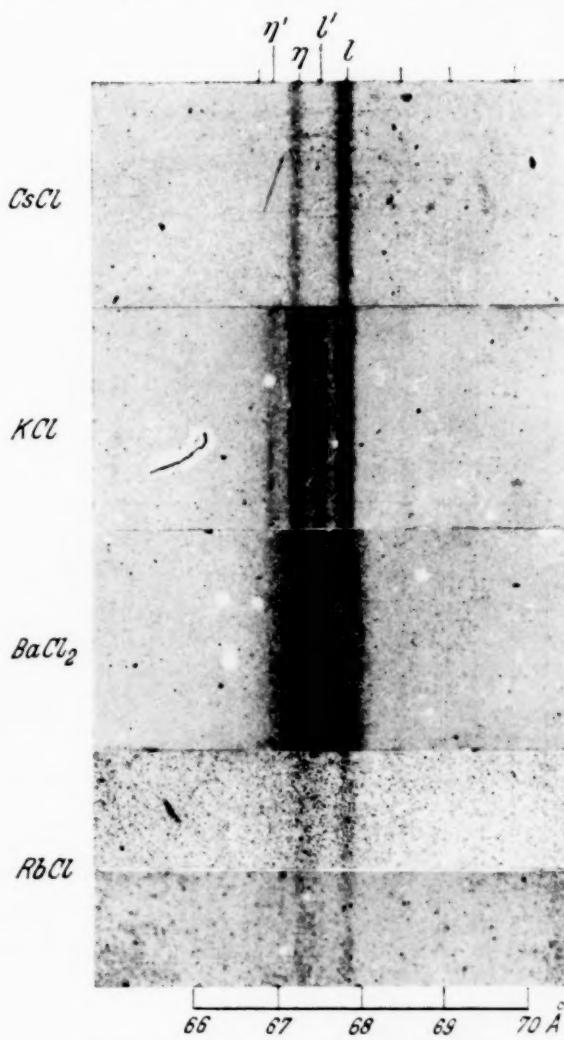


Fig. 6. Das *l*- $\eta$ -Dublett bei Cl in verschiedenen Verbindungen; Aufnahmen in der zweiten Ordnung.

ist genau derselbe wie bei dem normalen  $l\text{-}\eta$ -Dublett, so daß eine andere Deutung dieser Linien als der Übergang  $M_1 L_{II, III}$  ausgeschlossen erscheint. Aller Wahrscheinlichkeit nach hat man hier mit einer Verdoppelung des  $M_1$ -Niveaus zu rechnen.

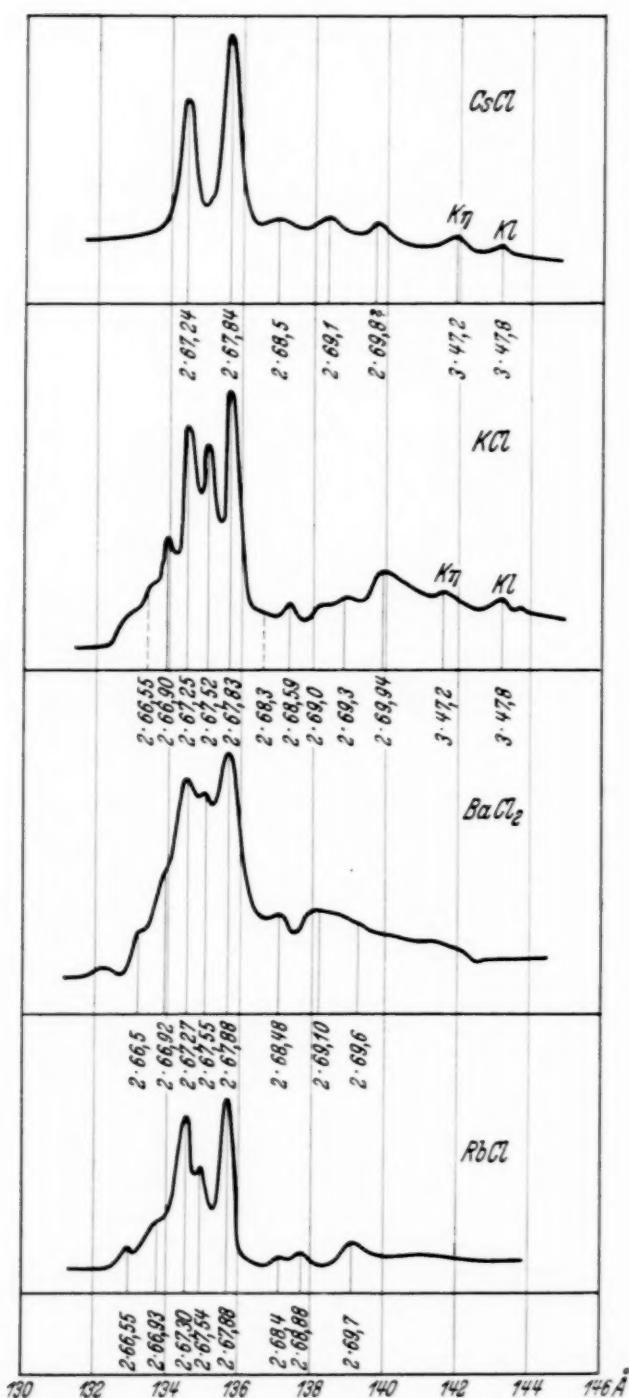


Fig. 7. Photometrische Registrierung des  $l\text{-}\eta$ -Dubletts bei Cl in verschiedenen Verbindungen nach Aufnahme in der zweiten Ordnung.

Fig. 6 sowie 7 sind diese Linien ersichtlich, am besten in der KCl-Aufnahme.

Aus Fig. 6 ist ferner zu sehen, daß mit  $\text{BaCl}_2$  an der Antikathode die Linien zwar mehr diffus sind, aber doch die beiden Doublette an derselben Stelle wie bei KCl auftreten. Auch RbCl, wo die Aufnahmen jedoch nicht so gut sind, zeigt die zwei Doublette. Die Übereinstimmung in der Lage der Linien ist aus den Photometerkurven in Fig. 7 zu ersehen. Sämtliche reproduzierten Aufnahmen und photometrische Registrierungen beziehen sich auf die zweite Ordnung. Es sei erwähnt, daß das hier benutzte Gitter eine verhältnismäßig starke zweite Ordnung gibt. Die Verschiebung des  $\eta' l'$ -Doubletts gegenüber  $\eta l$  beträgt etwa 0,8 e-Volt. Neben diesen vier Linien sind noch im selben Wellenlängengebiet Linien gefunden, deren Zugehörigkeit zu Cl wahrscheinlich, wenn auch nicht sichergestellt ist. Auf der

Tabelle 12. Zusammenstellung der Ergebnisse bei  $^{27}\text{Co}$  — 19 K.

		$\beta_1$	$a_{1,2}$	$\eta$	$l$
$^{27}\text{Co}$	$\lambda$	15,63	15,94	18,0	18,25
	$\nu/R$	58,28	57,17	50,7	49,93
	$\sqrt{\nu/R}$	7,634	7,561	7,12	7,066
$^{26}\text{Fe}$	$\lambda$	17,22	17,56	19,73	20,14
	$\nu/R$	52,92	51,89	46,19	45,25
	$\sqrt{\nu/R}$	7,275	7,203	6,796	6,727
$^{25}\text{Mn}$	$\lambda$	19,15	19,48	22,0	22,2 (5)
	$\nu/R$	47,59	46,78	41,4	41,0
	$\sqrt{\nu/R}$	6,899	6,840	6,44	6,40
$^{24}\text{Cr}$	$\lambda$	21,26	21,63	24,3 (4)	24,75
	$\nu/R$	42,86	42,13	37,4	36,82
	$\sqrt{\nu/R}$	6,547	6,491	6,12	6,068
$^{23}\text{Va}$	$\lambda$	24,1 (8)	24,42	27,4 (2)	27,77
	$\nu/R$	37,7	37,32	33,2	32,81
	$\sqrt{\nu/R}$	6,14	6,109	5,76	5,728
$^{22}\text{Ti}$	$\lambda$	27,2	27,53	30,9 (5)	31,39
	$\nu/R$	33,5	33,10	29,4	29,03
	$\sqrt{\nu/R}$	5,79	5,753	5,43	5,388
$^{21}\text{Sc}$	$\lambda$	31,0 (5)	31,44	35,11	35,5 (6)
	$\nu/R$	29,3	28,98	25,94	25,6
	$\sqrt{\nu/R}$	5,42	5,383	5,093	5,06
$^{20}\text{Ca}$	$\lambda$	35,90	36,31	40,44	40,92
	$\nu/R$	25,38	25,10	22,53	22,27
	$\sqrt{\nu/R}$	5,038	5,010	4,747	4,719
$^{19}\text{K}$	$\lambda$			47,24	47,75
	$\nu/R$			19,29	19,08
	$\sqrt{\nu/R}$			4,392	4,368

Tabelle 13. 17 Cl.

	T 169 Na Cl	$\lambda$
$L\eta I \dots$	(4) 67,28	67,30
$LlI \dots$	(4) 67,82	67,88
$L\eta II \dots$	(1) 2 · 67,31	
$LlIII \dots$	(2) 2 · 67,93	
$L\eta III \dots$	(00) 3 · 67,3	
$LlIII \dots$	(0) 3 · 67,88	

Tabelle 14. 17 Cl.

	T 170 Al Cl <sub>3</sub>	$\lambda$
$L\eta I \dots$	(2) 67,14	67,27
$LlI \dots$	(3) 67,81	67,84
$L\eta II \dots$	(2) 2 · 67,28	
$LlII \dots$	(2) 2 · 67,85	
$L\eta III \dots$	(00) 3 · 67,4	
$LlIII \dots$	(0) 3 · 67,87	

Tabelle 15. 17 Cl.

	T 167 K Cl	T 178 K Cl	D 52 K Cl	D 88 K Cl	D 87 K Cl O <sub>3</sub>	
<i>L</i> $\eta$ I . .			(00) 66,48			66,55
<i>L</i> $l$ I . .	{ (5) 67,4	(5) 67,4	(0) 66,87		{ (1) 66,68	66,90
			(3) 67,21	(3) 67,23	(4) 67,17	67,25
			(1) 67,51			67,52
			(3) 67,82	(3) 67,81	(4) 67,71	67,83
			(0) 68,5 (5)			68,3
			(1) 68,82			68,59
+ C K III	(3) 69,91	(4) 69,97	(0) 69,2	(0) 69,26		69,2 (1)
	(1) 2·66,51	(1) 2·66,43	(1) 69,93	(0) 69,9 (4)	(1) 69,87	69,94
	(1) 2·66,86	(1) 2·66,80	(0) 2·66,70	(00) 2·66,5 (3)	(0) 2·66,6	
<i>L</i> $\eta$ II . .	(3) 2·67,20	(5) 2·67,30	(1) 2·66,94	(1) 2·66,92	(1) 2·66,89	
	(2) 2·67,46		(4) 2·67,28	(3) 2·67,28	(5) 2·67,21	
<i>L</i> $l$ II . .	(4) 2·67,82	(5) 2·67,78	(3) 2·67,55	(2) 2·67,58	(3) 2·67,45	
			(5) 2·67,86	(4) 2·67,86	(5) 2·67,80	
			(00) 2·68,29	(00) 2·68,25		
	(0) 2·68,58	(1) 2·68,59	(1) 2·68,67	(0) 2·68,6	(0) 2·68,52	
	(0) 2·69,22	(1) 2·69,13	{ (00) 2·69,0	(0) 2·69,1	(00) 2·69,0	
	(1) 2·69,92	(2) 2·70,05	{ (0) 2·69,3 (5)	(00) 2·69,4	(00) 2·69,3	
			(1) 2·69,95	(0) 2·69,9 (5)	(0) 2·69,8	
			(00) 3·66,57			
<i>L</i> $\eta$ III . .	(0) 3·66,94	(0) 3·66,91	(00) 3·66,9		(00) 3·66,9	
	(2) 3·67,26	(3) 3·67,26	(0) 3·67,25		(00) 3·67,27	
	(1) 3·67,53	(2) 3·67,51	(0) 3·67,56		(0) 3·67,47	
<i>L</i> $l$ III . .	(2) 3·67,85	(4) 3·67,84	(1) 3·67,85		(1) 3·67,81	
	(0) 3·68,37	(0) 3·68,40				
	(00) 3·68,6	(0) 3·68,61				
	(0) 3·69,26	(0) 3·69,1				
	(0) 3·70,02	(1) 3·69,89				
		(0) 4·66,61				
<i>L</i> $\eta$ IV . .	(0) 4·66,78	(0) 4·66,89	(0) 4·66,94	(00) 4·67,0		
	(1) 4·67,27	(2) 4·67,23	(1) 4·67,27	(0) 4·67,3	(1) 4·67,21	
	(0) 4·67,54	(1) 4·67,53	(1) 4·67,53	(00) 4·67,6	(0) 4·67,50	
<i>L</i> $l$ IV . .	(1) 4·67,86	(2) 4·67,83	(2) 4·67,86	(0) 4·67,9	(1) 4·67,13	
		(00) 5·66,40				
		(0) 5·66,92				
<i>L</i> $\eta$ V . .	(1) 5·67,25	(2) 5·67,26				
	(1) 5·67,52	(1) 5·67,53				
<i>L</i> $l$ V . .	(2) 5·67,85	(3) 5·67,86				
		(0) 6·66,97				
<i>L</i> $\eta$ VI . .		(2) 6·67,27				
		(1) 6·67,54				
<i>L</i> $l$ VI . .		(3) 6·67,86				
		(0) 6·69,35				
		(0) 6·69,97				

Tabelle 16. 17 Cl.

	T 60 Rb Cl	T 177 Rb Cl	D 92 Rb Cl	D 98 Rb Cl	$\lambda$
$L\eta$ I . .			(00) 66,61 (00) 67,0		66,5(5) 66,93
$Ll$ I . .	{ (4) 67,8	(5) 67,6	{ (2) 67,39 (2) 67,89	(4) 67,28 (3) 67,85	67,30 67,54
$Ll$ II . .					67,88
					68,4?
$L\eta$ II . .	(0) 68,95	(1) 68,84	(00) 68,9 (00) 69,4	(0) 69,4	68,88 69,4
$Ll$ III . .	(1) 70,01	(3) 69,66 (1) 2 · 66,49 (0) 2 · 66,84	(00) 69,7	(00) 2 · 66,5 (1) 2 · 66,92	69,7
$L\eta$ III . .	(2) 2 · 67,22	(3) 2 · 67,38	(2) 2 · 67,33 (1) 2 · 67,59	(4) 2 · 67,25 (3) 2 · 67,49	
$Ll$ IV . .	(1) 2 · 67,74	(3) 2 · 67,93 (0) 2 · 68,42	(3) 2 · 67,93 (00) 2 · 68,6(5)	(5) 2 · 67,85	
$L\eta$ IV . .	(00) 2 · 68,68	(0) 2 · 68,96	(00) 2 · 68,9	(0) 2 · 68,9	
$Ll$ V . .	(0) 2 · 69,84	(1) 2 · 69,60	{ (00) 2 · 69,46 (00) 2 · 69,72	(0) 2 · 69,6	
$L\eta$ V . .			(0) 3 · 66,61 (1) 3 · 66,96	(00) 3 · 66,95	
$Ll$ VI . .			(1) 3 · 67,28 (1) 3 · 67,52	(0) 3 · 67,25 (00) 3 · 67,53	
$L\eta$ VI . .			(2) 3 · 67,91	(1) 3 · 67,90 (00) 3 · 68,1	
$Ll$ VII . .			(0) 4 · 67,31 (00) 4 · 67,58	(1) 4 · 67,32 (1) 4 · 67,53	
$L\eta$ VII . .			(0) 4 · 67,89 (00) 4 · 68,37	(2) 4 · 67,91	
$Ll$ VIII . .			(0) 5 · 67,30 (0) 5 · 67,57		
$L\eta$ VIII . .			(1) 5 · 67,91		
$Ll$ IX . .	(0) 6 · 67,26	(0) 6 · 67,28			
$L\eta$ IX . .	(0) 6 · 67,85	(1) 6 · 67,91			

Tabelle 17. 17 Cl.

	T 112 Cs Cl	D 90 Cs Cl	D 99 Cs Cl	D 105 Cs Cl	$\lambda$
$L\eta$ I . .	(2) 66,9				67,24
$Ll$ I . .	{ (4) 67,5	(2) 67,28 (4) 67,85 (00) 68,6			67,84 68,5 69,1
$L\eta$ II . .	(0) 69,1				
$Ll$ II . .	(2) 2 · 67,27 (3) 2 · 67,87	(3) 2 · 67,27 (5) 2 · 67,90	(4) 2 · 67,17 (5) 2 · 67,78 (0) 2 · 68,45 (0) 2 · 69,1(5) (00) 2 · 69,8	(4) 2 · 67,22 (5) 2 · 67,80 (0) 2 · 68,46 (00) 2 · 69,1	

Tabelle 17. 17 Cl (Fortsetzung).

	T 112 Cs Cl	D 90 Cs Cl	D 99 Cs Cl	D 105 Cs Cl	$\lambda$
$L\eta$ III . .	(2) 3 · 67,21		(0) 3 · 67,20	(00) 3 · 67,22	
$Ll$ III . .	(3) 3 · 67,81		(0) 3 · 67,82	(0) 3 · 67,82	
$L\eta$ IV . .	(1) 4 · 67,24	(00) 4 · 67,3	(1) 4 · 67,20	(0) 4 · 67,23	
$Ll$ IV . .	(1) 4 · 67,81	(0) 4 · 67,9	(2) 4 · 67,82	(1) 4 · 67,81	
$L\eta$ V . .	(1) 5 · 67,23				
$Ll$ V . .	(2) 5 · 67,83				
$L\eta$ VI . .	(1) 6 · 67,24				
$Ll$ VI . .	(2) 6 · 67,84				
$L\eta$ VII . .	(0) 7 · 67,29				
$Ll$ VII . .	(1) 7 · 67,94				

Die Werte der ersten Ordnung für die Platten D 99 und D 105 sind nicht mitgenommen, da sie mangels nahegelegener Referenzlinien unsicher sind.

Tabelle 18. 17 Cl.

	T 179 Ba Cl <sub>2</sub>	D 86 Ba Cl <sub>2</sub>	D 100 Ba Cl <sub>2</sub>	$\lambda$
$L\eta$ I . . .				66,5
				66,92
				67,27
				67,55
$Ll$ I . . .	(5) 67,5	(5) 67,27	(4) 67,15	67,55
		(5) 67,83	(4) 67,74	67,88
		(0) 68,54	(00) 68,33	68,48
	(3) 69,19	(00) 69,08	(0) 69,1	69,10
				69,6
	(0) 2 · 66,45		(00) 2 · 66,5 (5)	
	(00) 2 · 66,88	(0) 2 · 66,97	(0) 2 · 66,93	
$L\eta$ II . . .	(4) 2 · 67,28	(4) 2 · 67,29	(3) 2 · 67,23	
		(2) 2 · 67,56	(2) 2 · 67,53	
$Ll$ II . . .	(4) 2 · 67,85	(5) 2 · 67,89	(5) 2 · 67,84	
	(0) 2 · 68,51	(0) 2 · 68,5	(0) 2 · 68,47	
		(00) 2 · 69,0 (5)	(00) 2 · 69,0	
	(1) 2 · 69,6	(00) 2 · 69,6	(00) 2 · 69,5	
	(0) 3 · 66,8			
$L\eta$ III . . .	(2) 3 · 67,27	(0) 3 · 67,24		
	(0) 3 · 67,53	(0) 3 · 67,58		
$Ll$ III . . .	(3) 3 · 67,87	(0) 3 · 67,89		
	(0) 3 · 68,5	(00) 4 · 67,0		
$L\eta$ IV . . .	(1) 4 · 67,31	(1) 4 · 67,30	(0) 4 · 67,27	
	(00) 4 · 67,6	(0) 4 · 67,58	(00) 4 · 67,52	
$Ll$ IV . . .	(1) 4 · 67,93	(1) 4 · 67,91	(0) 4 · 67,87	
$L\eta$ V . . .	(1) 5 · 67,27			
	(0) 5 · 67,52			
$Ll$ V . . .	(2) 5 · 67,89			
$L\eta$ VI . . .	(0) 6 · 67,25			
	(00) 6 · 67,6			
$Ll$ VI . . .	(1) 6 · 67,89			
$L\eta$ VII . . .	(0) 7 · 67,3			
	(00) 7 · 67,5			
$Ll$ VII . . .	(0) 7 · 67,86			

In den Tabellen 13 bis 18 geben wir eine Zusammenstellung der Meßergebnisse an  $\text{NaCl}$ ,  $\text{AlCl}_3$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{RbCl}$ ,  $\text{CsCl}$  und  $\text{BaCl}_2$ . Eine Zusammenfassung der für die verschiedenen Verbindungen erhaltenen Wellenlängenwerte findet sich in Tabelle 19. Da die Werte in jeder Horizontalreihe innerhalb der Meßgenauigkeit miteinander übereinstimmen, haben wir für jede Reihe einen gewogenen Mittelwert als wahrscheinlichsten Wert der betreffenden Wellenlänge genommen und in der Tabelle 20 nebst den Werten von  $\nu/R$  und  $\sqrt{\nu/R}$  als Endergebnis zusammengestellt.

Für die Niveauwerte bei Cl können wir jetzt aus den Meßergebnissen folgendes herausholen: Das  $M_I$ -Niveau läßt sich aus den Beziehungen:

$$\begin{aligned} M_I &= K \text{abs} - [K \alpha_1 + Ll], \\ &= K \text{abs} - [K \alpha_2 + L\eta] \end{aligned}$$

ermitteln. Für  $\text{KCl}$  und  $\text{CsCl}$  ist die  $K$ -Absorptionsgrenze<sup>1)</sup>

$$\nu/R = 207,91.$$

Mit den jetzt gefundenen Werten von  $Ll$  und  $L\eta$  bzw.  $Ll'$  und  $L\eta'$  erhält man dann

$$\begin{aligned} M_I &= 1,31, \\ M'_I &= 1,25. \end{aligned}$$

Hierbei ist zu bemerken, daß die in der Röntgenspektroskopie durchwegs angegebenen Werte von  $\nu/R$  aus den  $\lambda$ -Werten der *Kristallskale* berechnet sind. Die in vorliegender Arbeit gegebenen Wellenlängen sind dagegen in *Ångström-Einheiten* erhalten. Entsprechend sind die in den hier mitgeteilten Tabellen aufgeführten Werte von  $\nu/R$  auf die letzterwähnte Skale bezogen. Um von den hier gegebenen Werten von  $\nu/R$  zu den entsprechenden auf die Kristallskale bezogenen Werten überzugehen, hat man diese mit einem Faktor zu multiplizieren, als welchen wir vorläufig 1,00206 angesetzt haben. Die eben angegebenen Werte von  $M_I$  und  $M'_I$  sind in dieser Weise erhalten und sind also mit den in der Röntgenliteratur allgemein verwendeten Niveauwerten vergleichbar. Unterläßt man diese Korrektion, so würde man für  $M_I$  1,34 und für  $M'_I$  1,28 erhalten. Hieraus ist ersichtlich, daß die Korrektion hier mehr von prinzipieller als praktischer Bedeutung ist. Bei den höheren Elementen dagegen, z. B. in der Tabelle 12, wird die Korrektion aber doch bemerkbar.

Für das Doppelniveau  $M_{II,III}$  von Cl ergibt sich mit früher bekannten Werten für  $K\beta_{1x} = M_{II,III} \rightarrow K$  bei  $\text{CsCl}$

$$M_{II,III} = 0,49,$$

<sup>1)</sup> M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen, 2. Aufl., S. 280.

während bei KCl, wo die  $\beta$ -Linie doppelt ist, zwei Werte erhalten werden:  $M_{\text{II}, \text{III}} = 0,53$  bzw.  $M_{\text{II}, \text{III}} = 0,49$ .

Tabelle 19. 17 Cl. Zusammenstellung der Wellenlängen der verschiedenen Cl-Verbindungen.

	Na Cl	Al Cl <sub>3</sub>	K Cl	Rb Cl	Cs Cl	Ba Cl <sub>2</sub>
II = CK III			66,55	66,5 (5)		66,5
$\eta'$			66,90	66,93		66,92
$\eta$	67,30	67,27	67,25	67,30	67,24	67,27
$l'$			67,52	67,54		67,55
$l$	67,88	67,84	67,83	67,88	67,84	67,88
			68,3	68,4 ?	68,5	68,48
			68,59	68,88		
			69,2 (1)	69,4	69,1	69,10
			69,94	69,7		69,6

Tabelle 20. Mittelwerte der Ergebnisse bei 17 Cl.

Linie	Relative Intensität	$\lambda$	$v/R$	$\sqrt{v/R}$
$\eta'$	0	66,55	13,69	3,700
$\eta$	0—1 <sup>1)</sup>	66,91	13,619	3,690
$l'$	4	67,25	13,550	3,681
$l$	1—2 <sup>1)</sup>	67,53	13,494	3,673
	5	67,84	13,433	3,665
	0	68,4	13,32	3,65
	0 <sup>2)</sup>	69,1	13,19	3,63
	1 <sup>3)</sup>	69,8	13,06	3,61

Tabelle 21. Wellenlängenwerte in Å des benutzten Vergleichsspektrum. Vgl. B. Edlén, Diss., Nova Acta Reg. Soc. Scient. Ups. 1934.

33,734 C VI	115,822 O VI	207,794 O V
34,977 C V	128,126 2 · Be IV	220,352 O V
40,27 C V	135,523 O V	222,791 C IV
64,063 Be IV	150,10 <sup>4)</sup> O VI	231,644 2 · O VI
67,468 2 · C VI	151,850 2 · Be IV	244,907 C IV
69,954 2 · C V	172,168 O V	279,633 O IV
75,925 Be IV	176,616 2 · Be III	279,937 O IV
80,54 2 · C V	185,747 O V	300,20 <sup>4)</sup> 2 · O VI
88,308 Be III	200,508 2 · Be III	344,336 2 · O V
100,254 Be III		

<sup>1)</sup> Gefunden bei KCl, RbCl, BaCl<sub>2</sub>, nicht bei CsCl. — <sup>2)</sup> Möglicherweise eine Doppellinie. — <sup>3)</sup> Ziemlich breite Linie. — <sup>4)</sup> Ein enges Dublett, das bei der benutzten Spaltbreite nicht aufgelöst ist.

Daß das  $\eta - l$ -Dublett von Cl gut in die extrapolierte Moseley-Kurve der  $\eta - l$ -Reihen hineinpaßt, zeigt Fig. 8. Bei dem nächsten Element, 16 S, findet sich, wie in unserer früher zitierten Arbeit gezeigt worden ist (siehe S. 307 und die Fig. 5, S. 306), ein feines Dublett, das äußerlich diesem  $\eta - l$ -Dublett ähnelt und dort als  $\eta - l$  angegeben wurde. Diese Deutung ist aber zweifelhaft, denn dies Dublett fällt ganz außerhalb der Verlängerung der noch bei 17 Cl gut passenden Moseley-Kurve. Dagegen fällt die starke und breite Linie bei 83,5 Å (siehe l. e., S. 307) gerade auf die Moseley-Kurve von  $l\eta$ . Auch bei 15 P ist eine starke Linie vorhanden, 104,5 Å (l. e., S. 308), die in die weitere Verlängerung der Moseley-Kurve von  $l\eta$  hineinpaßt. Wir bemerken jedoch, daß die Röntgenspektren von Cl, S und P in diesem Gebiete nicht den sonst üblichen, regelmäßigen Charakter aufweisen, sondern starke individuelle Eigenschaften zeigen.

Die Zusammengehörigkeit der eben erwähnten Linien wird jedenfalls durch Zeichnen von Idei-Kurven der betreffenden Linien gestützt. Wenn man nach Idei die Differenz zwischen den  $\sqrt{\nu/R}$ -Werten und einer linearen Funktion der Ordnungszahl des Elements bildet, erhält man, wie Fig. 9 zeigt, näherungsweise zwei gerade Linien. Die letztere von diesen enthält die Elemente 20 Ca bis 15 P. Die graphische Darstellung Fig. 8 zeigt übrigens, daß die kürzestwelligen Linien bei 16 S und 15 P gerade auf die Moseley-Kurve der kurzwelligen Kante der Einzellinien von 14 Si und 13 Al fallen. Die für die Linien, welche durch die Leitungselektronen erzeugt werden, charakteristische Intensitätsverteilung kommt auch für

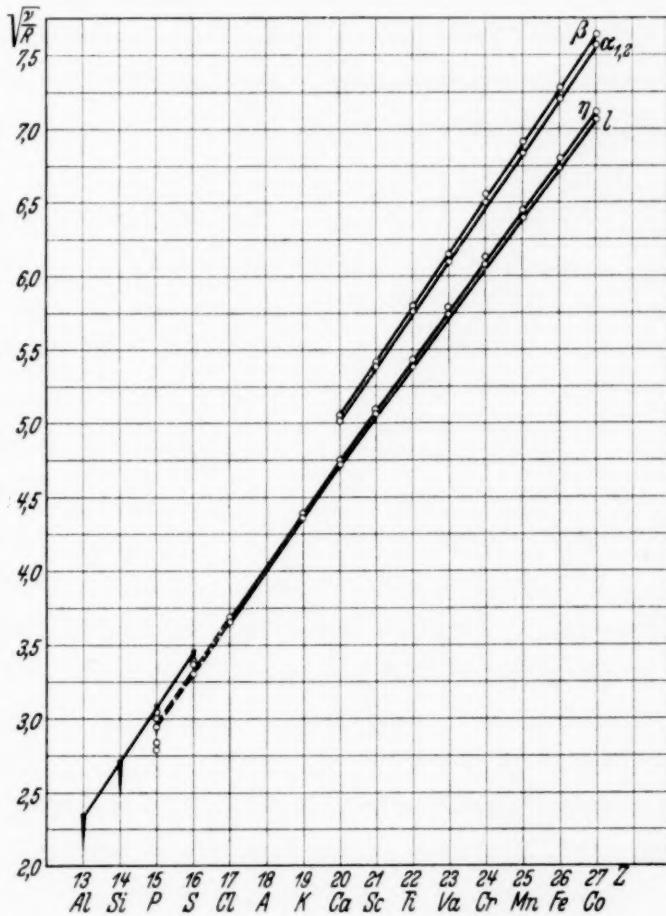


Fig. 8. Moseley-Kurven der L-Linien.

die analogen Linien bei P und S gewissermaßen zum Vorschein. Allerdings sind, wie schon bemerkt, die Verhältnisse bei den drei Elementen P, S und Cl ziemlich verwickelt und erfordern eine weitere Untersuchung.

*7. Die Genauigkeit der Wellenlängenmessungen.* Wie schon in unseren früheren Arbeiten erwähnt, sind die Röntgenwellenlängen bei diesen Untersuchungen mittels Konkavgitter durchwegs mit Hilfe eines optischen Vergleichsspektrums bestimmt.

Als Vergleichsspektrum wurde das Hochvakuumfunkenspektrum von Be + C gewählt, das also auf jeder Spektralplatte neben dem Röntgenspektrum aufgenommen wurde. In vielen Fällen zeigte das Vergleichsspektrum neben den Beryllium- und Kohlelinien auch einige Sauerstofflinien. Die zwei kürzestwelligen Referenzlinien dieser optischen Spektren (bei 33,734 und 34,977 Å) wurden

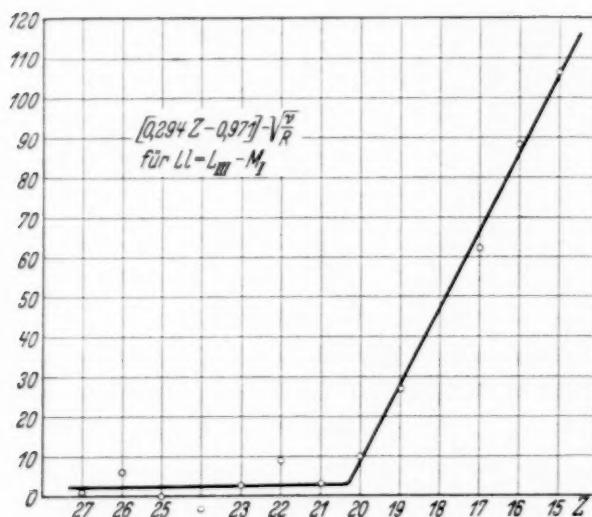


Fig. 9.

nicht immer erhalten. Für Linien mit kürzeren Wellenlängen als 33,73 bzw. 40,27 Å, die in erster Ordnung registriert sind, wurde die Röntgenlinie von Sauerstoff ( $\lambda = 23,61$ ) als Hilfsstandard benutzt. Diese Linie, welche ziemlich scharf ist (Breite etwa 0,06 Å, abgesehen von einer langwelligen Komponente, die bisweilen auftritt), ist früher von uns (am genauesten in der 9. Ordnung, mit Mg O) durch Vergleich mit gut bekannten optischen Linien gemessen.

Im allgemeinen dürften die Fehlergrenzen bei den benutzten, in der folgenden Tabelle 21 zusammengestellten Standardlinien kleiner als  $\pm 0,01$  Å sein. Daß diese Genauigkeit in den Messungen der Röntgenwellenlängen im allgemeinen nicht erreicht werden kann, beruht auf der Tatsache, daß die Röntgenlinien meistens breit sind und oft eine unsymmetrische Struktur aufweisen. In vielen Fällen handelt es sich ja hierbei um unaufgelöste Multiplette, die auch bei Erhöhung der Auflösung nicht in einzelne Komponenten zerlegt werden können. In solchen Fällen ist eine weitere Steigerung der Dispersion, z. B. durch Wahl von größerem Krümmungsradius des Gitters, ohne Vorteil oder sogar nachteilig, da die Linien durch die Verbreiterung nur diffuser erscheinen.

Der Umstand, daß die Standardlinien, besonders im kurzweligen Gebiet, ziemlich weit voneinander liegen, kann selbstverständlich in gewissen Fällen eine Unsicherheit mit sich bringen. Bei Mittelwertbildung aus den erhaltenen Wellenlängenwerten wurde dieser Umstand berücksichtigt. Betreffend das Verfahren zur Berechnung der Wellenlängen aus den Messungen auf den Spektralplatten sei folgendes erwähnt. Es wurde vorderhand eine Tabelle aufgestellt, die die zusammengehörigen Werte von  $\lambda$  und  $x$  ( $x$  = Abstand der Spektrallinie vom Spaltbild am Rowland-Kreis entlang) für jedes Millimeter angibt. Zu diesem Zweck wird zuerst der Einfallswinkel ( $\varphi$ ) mit Hilfe der Gittergleichung

$$m\lambda = d \left[ \cos \varphi - \cos \left( \varphi + \frac{x}{R} \right) \right]$$

bestimmt.

In dieser Gleichung sind die Werte von  $d$  (Gitterkonstante) und  $R$  (Krümmungsradius) mit genügender Genauigkeit bekannt. Unter Benutzung einiger Standardwellenlängen, z. B.  $\lambda = 40,27, 75,93, 100,25, 150,10$  und  $172,17 \text{ \AA}$  und der gemessenen Abstände zwischen diesen Linien wird der Wert von  $\varphi$  ermittelt. Als Bezugswert der  $x$ -Werte wird im allgemeinen der mit diesem  $\varphi$ -Wert für  $\lambda = 40,27$  berechnete  $x$ -Wert benutzt.

Die aus den Messungen der einzelnen Spektralplatten mit Hilfe dieser Tabelle berechneten Wellenlängen der Bezugslinien ergeben dann durch Vergleich mit den Standardwerten eine Korrektionskurve für die betreffende Platte. Diese Kurve wird zur Korrektion der Wellenlängenwerte der Röntgenlinien benutzt. Diese Korrekturen betragen höchstens 0,2 bis 0,3  $\text{\AA}$  und haben im allgemeinen eine Genauigkeit von etwa 0,01  $\text{\AA}$ , die dann auch die Genauigkeit bei der Berechnung der Wellenlängenwerte ist.

(Mitteilung aus dem Institut für Fernmelde- und Hochfrequenztechnik  
der Technischen Hochschule Braunschweig.)

## Über die dielektrischen Verluste flüssiger Isolierstoffe<sup>1)</sup>.

Von **Hermann Rieche** in Berlin-Charlottenburg.

Mit 16 Abbildungen. (Eingegangen am 11. April 1935.)

Zur Klärung der Frage nach dem Wesen des dielektrischen Verlustmechanismus in flüssigen Isolierstoffen werden Verlustfaktor und DK von Transformatorenöl, Nitrobenzol und Benzol im Frequenzbereich von 50 Hertz bis  $150 \cdot 10^6$  Hertz und im Temperaturbereich von  $-80^\circ\text{C}$  bis  $+100^\circ\text{C}$  untersucht. Einige neu entwickelte und ausgebaute Meßverfahren zur kalorimetrischen Bestimmung der Verluste werden beschrieben.

*Ziel der Arbeit.* Das von der klassischen Theorie Maxwell's abweichende Verhalten der meisten technischen Isolierstoffe ist besonders in der letzten Zeit Gegenstand eingehender theoretischer Erörterungen und praktischer Versuche gewesen. Jedoch ist ein großer Teil der Untersuchungen jeweils nur in einem engen Frequenz- oder Temperaturgebiet vorgenommen worden, so daß ein ausgedehntes Versuchsmaterial vorliegt, dessen Ergebnisse sich aber in vielen Punkten zu widersprechen scheinen. Es soll deshalb die Aufgabe dieser Arbeit sein, durch systematische Untersuchungen an einigen flüssigen Isolierstoffen zur Klärung dieses eigenartigen Verhaltens der dielektrischen Stoffe beizutragen und die Entscheidung über die Frage zu fördern, welche von den bisher aufgestellten Theorien über den Verlustmechanismus bei Flüssigkeiten gültig zu sein scheint. Die Zusammenstellung der Versuchsergebnisse in einem so weiten Frequenz- und Temperaturbereich erforderte den Ausbau und die Entwicklung einer Reihe von Meßverfahren.

*Frühere Arbeiten.* Bei der sehr großen Anzahl von Arbeiten, die sich mit dem dielektrischen Verlustmechanismus und der Dispersion der DK befassen, sollen nur diejenigen besprochen werden, die auf die Ergebnisse der hier mitgeteilten Untersuchungen besonderen Einfluß haben oder ihnen nahe kommen. Das Auftreten eines Verlustmaximums wurde zum ersten Male von Pungs (5)<sup>2)</sup> an Bienenwachs und Kolophonium festgestellt. K. W. Wagner (1) entwickelte daraufhin seine Doppelschichttheorie, die dann durch eine ganze Anzahl von Untersuchungen an festen Isolatoren

---

<sup>1)</sup> Dissertation der Technischen Hochschule Braunschweig. — <sup>2)</sup> Die in Klammern stehenden Zahlen beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluß der Arbeit.

im Mittelfrequenzgebiet bestätigt zu sein schien. Auf die Tatsache, daß nicht nur grobe Inhomogenitäten zu Anomalien des Verlustmechanismus Anlaß geben können, wies nächst Wagner auch Ostwald (2) hin, der die meist kolloiddisperse Struktur vieler fester und flüssiger Isolierstoffe dafür verantwortlich macht. Diesen Gedanken haben dann Miles und Robertson (3) unter der Voraussetzung einer an den kolloiden Teilchen adsorbierten Ionenschicht mathematisch weitergeführt. Die Erscheinungen der Absorption und der anomalen Dispersion an Gasen und verdünnten Lösungen fanden ihre Erklärung durch die von Debye (4) aufgestellte Dipoltheorie.

Eine große Zahl von Forschern hat danach versucht, die Gültigkeit einer der beiden Theorien auch für technische flüssige Isolierstoffe zu bestätigen. Die meisten dieser Untersuchungen hatten aber, wie schon oben erwähnt, den großen Nachteil, daß sie nur bei Nieder- oder Hochfrequenzschwingungen oder nur in einem ganz kleinen Frequenz- oder Temperaturbereich ausgeführt wurden. Die ersten systematischen Arbeiten stammen von Kitchin und Müller (6) an Kolophonum und an Rizinusöl und von Race (7) an einem dickflüssigen Kabelöl. Diese Autoren haben das Vorhandensein eines Absorptionsmaximums festgestellt, das mit anomaler Dispersion der DK verbunden war und sich für höhere Frequenzen nach höheren Temperaturen hin verschob. Sie erklärten diese Erscheinung mit der Dipolstruktur der Stoffe und sahen sie als eine Bestätigung der Debyeschen Theorie an. Die Gültigkeit dieser Folgerung wurde von Gemant (8)(9) angezweifelt, der nachzuweisen versuchte, daß bei Isolierölen nur ein Inhomogenitätseffekt auftritt. Dieser Einwand kann nicht ohne weiteres zurückgewiesen werden, zumal wenn man an kolloiddisperse Systeme denkt. Kirch (10) dagegen kommt auf Grund sehr anschaulicher Versuche zu der Überzeugung, daß bei Isolierölen im allgemeinen ein Viskositäts- effekt entsprechend der Dipoltheorie für die anomale Absorption verantwortlich zu machen ist. Er weist aber darauf hin, daß für manche Fälle die Erscheinungen besser durch die Inhomogenitätstheorie Wagners erklärt werden können. Gemant (8) geht so weit, für die Isolierstoffe im allgemeinen einen Wagner-Bereich mit einem Verlustwinkelmaximum bei den Nieder- und Mittelfrequenzen und einem Debye-Bereich bei den sehr kurzen elektrischen Wellen anzunehmen.

Wie man sieht, kann Klarheit über diese Fragen nur dadurch geschaffen werden, daß systematische Untersuchungen an verschiedenen Isolierstoffen möglichst im ganzen heute darstellbaren Frequenzbereich und in weitem Temperaturbereich ausgeführt werden.

*Meßanordnungen.* Es bestand die Aufgabe, den Verlust, den Verlustfaktor und die Dielektrizitätskonstante von verschiedenen Isolierflüssigkeiten im Frequenzbereich von 50 Hertz bis  $1,5 \cdot 10^8$  Hertz und im Temperaturbereich von — 80 bis + 100° C zu bestimmen. Die verschiedenen dabei benutzten Meßverfahren und ihre besondere Ausbildung sollen hier nur ganz kurz erwähnt werden, da sie entweder bekannt oder bereits vor einiger Zeit beschrieben worden sind.

#### A. Verlustmeßmethoden.

*Kalorimeter.* An eine brauchbare Verlustmeßanordnung sind folgende Anforderungen zu stellen:

1. Genügend große Meßgenauigkeit.
2. Direkte Bestimmung des Verlustes oder des Verlustfaktors, ohne Voraussetzungen über den Verlustmechanismus.
3. Untersuchung ein- und derselben Probe im ganzen Temperatur- und Frequenzgebiet.
4. Anwendung betriebsmäßiger Spannungen.

Diese Bedingungen erfüllt die kalorimetrische Meßmethode, sofern sie den Bedürfnissen der Verlustbestimmung bei Hochfrequenz angepaßt ist.

Harms (11) benutzte als erster die kalorimetrische Methode zu Absorptionsmessungen bei sehr kurzen Wellen. Er bildete das Verlustgefäß selbst als Thermometer aus und bestimmte die Änderung der Steighöhe des Flüssigkeitsspiegels in der Kapillare. Diese Methode ist neuerdings von Malsch (12) übernommen und verbessert worden und auch von Deubner (13) und von Debye (14) angewendet worden. Preuner und Pungs (26) bestimmten die in Spulen und in Senderöhren auftretenden Verluste, indem sie die Temperaturerhöhung der Kalorimeterflüssigkeit direkt maßen. Vogler (15) hat dann ein Kalorimeter entwickelt, das besonders zur Verwendung bei relativ hohen Hochfrequenzspannungen gedacht war. Vogler führte auf Vorschlag von Pungs, entgegen dem Verfahren von Harms, die Trennung von Verlust- und Kalorimeterflüssigkeit ein. Dadurch wurde die Absolutbestimmung des Verlustes ohne Nebenverluste möglich. Unter Nebenverlusten sind dabei diejenigen Verluste verstanden, die auftreten, wenn sich die Kondensatorplatten in Luft statt im Dielektrikum befinden und bei gleicher Kapazität die gleiche Spannung an den Kondensator gelegt wird. Diese Verluste, die sich aus den Stromleitungs- und Wirbelstromverlusten (bei kurzen Wellen auch den Strahlungsverlusten) in den Elektroden und Zuleitungen und aus den dielektrischen Verlusten in Kalorimeterflüssigkeit und Glasgefäß zusammensetzen, sind von den

Gesamtverlusten abzuziehen. Je kleiner diese Nebenverluste im Verhältnis zum Gesamtverlust sind, um so genauer werden die Ergebnisse.

Für die ersten Messungen wurde ein der Voglerschen Anordnung entsprechendes Kalorimeter verwendet. Es stellte sich aber bald heraus, daß dieses Kalorimeter infolge der hohen Nebenverluste für die Messungen bei sehr hohen Frequenzen und bei geringen Werten des Verlustfaktors nicht gut geeignet war.

Es mußte also ein neues Hochfrequenzkalorimeter entwickelt werden, das folgende Bedingungen erfüllen sollte:

1. Trennung von Verlust- und Kalorimeterflüssigkeit.
2. Geringere Nebenverluste.
3. Geringe Wärmeabgabe an den Außenraum.
4. Schneller Übergang der erzeugten Wärme auf die Kalorimeterflüssigkeit.
5. Verwendbarkeit in weitem Frequenz- und Temperaturbereich.
6. Geringe Hochfrequenzbeeinflussung der übrigen Meßanordnungen.

Die Ausführung, die diese Bedingungen weitgehend erfüllt, ist an anderer Stelle genau beschrieben worden (16) und in Fig. 1 im Schnitt dargestellt.

Die Elektroden aus vergoldetem Messing sind zylindrisch. Die Außenelektrode bildet gleichzeitig das Gefäß zur Aufnahme der zu untersuchenden Flüssigkeit. Die Innenelektrode ist ein dünnwandiger, geschlossener Hohlzylinder, der leicht ausgewechselt werden kann. Auch die Außenelektrode ist möglichst dünnwandig ausgeführt. Den Abstand von der Außenelektrode sichert ein Isolierkörper mit geringem dielektrischem Verlust, der so angeordnet ist, daß die in ihm auftretenden Verluste nicht mit zur Erwärmung der Kalorimeterflüssigkeit beitragen. Die Außenelektrode, die auf Erdpotential gehalten wird, ist unmittelbar in die Kalorimeterflüssigkeit eingetaucht. Die Kalorimeterflüssigkeit befindet sich in einem weiten Weinhold-Gefäß, das von der Mantelflüssigkeit umgeben ist. Der Wärmeschutz dieses Außenmantels erfolgt durch eine Alfolisolierung (17), die sich besonders bei hohen Temperaturen vorzüglich bewährt hat. Sie besteht aus 0,07 mm dicker Aluminiumfolie, die koaxial zylinderförmig in Abständen von etwa 8 mm angeordnet ist, wobei der Abstand durch Wellpappezwischenlagen gehalten wird. Die gleiche Isolierung ist beim Boden und beim Deckel benutzt.

Ein ganz großer Vorteil dieses Kalorimeters ist die Tatsache, daß es auch die Verluste bei ganz tiefen Frequenzen, ja sogar bei Gleichspannung

zu messen gestattet. Der größte Teil der Versuche von 50 bis zu  $3 \cdot 10^7$  Hertz wurde mit diesem Kalorimeter ausgeführt.

Die erforderliche Hochfrequenzleistung lieferte ein Gegentaktsender mit einer maximalen Anodenverlustleistung von 1000 Watt. Die Spezial-Müller-Röhren hatten seitlich herausgeführte Gitter, so daß alle Frequenzen

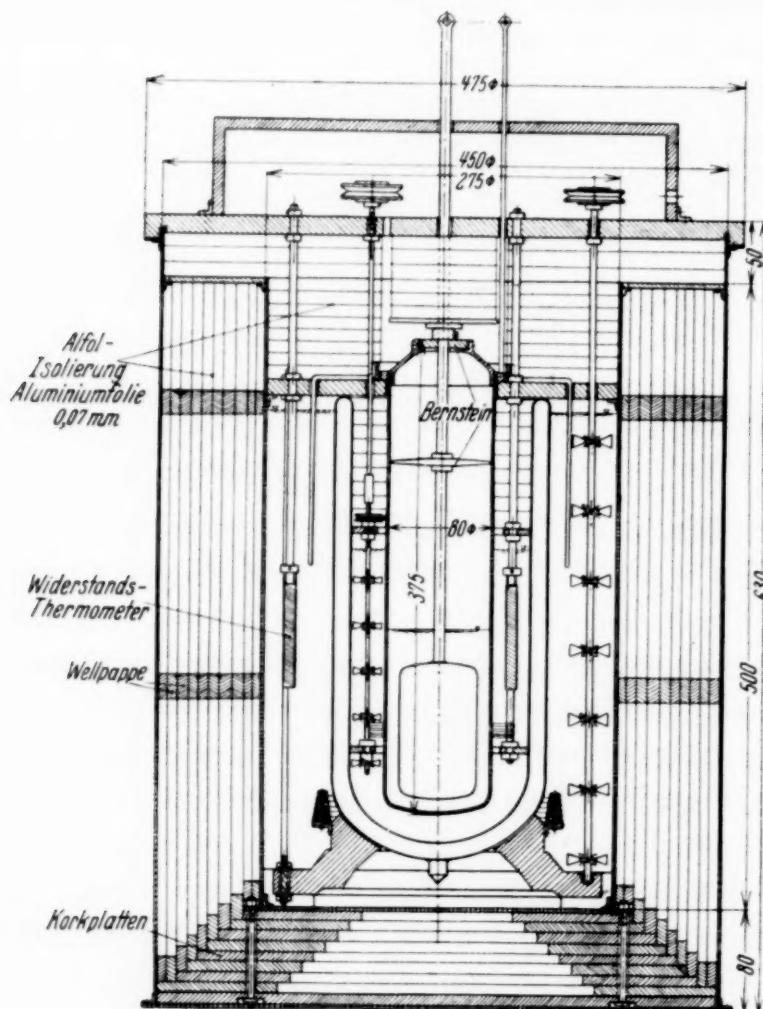


Fig. 1. Hochfrequenzkalorimeter im Schnitt.

bis herauf zu  $3 \cdot 10^7$  Hertz mit genügender Intensität hergestellt werden konnten. Die Schwingkreisspulen waren aus Kupferrohr gebogen und vergoldet. In allen Fällen war der den Verlustkondensator enthaltende Meßkreis so lose mit dem Sender gekoppelt, daß Rückwirkungen nicht auftraten. Die Spannung am Verlustkondensator wurde mit Hilfe eines Elektrometers, Bauart Starke-Schröder, das auf verschiedene Meßbereiche eingestellt werden konnte, gemessen. Das Elektrometer war für die hohen Frequenzen von  $1 \cdot 10^6$  bis  $3 \cdot 10^7$  Hertz nach dem elektrooptischen Verfahren der Spannungsmessung (18) (19) geeicht worden.

Das Kalorimeter arbeitete adiabatisch, d.h. so, daß die Manteltemperatur zu keiner Zeit eine Differenz gegen die Kalorimetertemperatur aufwies; eine Wärmeabgabe nach außen konnte also nicht auftreten. Die Auswertung der Wärmetonungskurven war auf diese Weise wesentlich vereinfacht. Bei kleinen Kalorimetern könnte die adiabatische Regelung grundsätzlich so erfolgen, wie sie früher (20) beschrieben worden ist. Da das verwendete Kalorimeter einen Wasserwert von etwa 1 kg hatte, genügte bei der großen Wärmeträgtheit der Anordnung eine Regelung mit Photozelle und Relais (Fig. 2). Der Lichtzeiger des in der Gleichstrombrücke liegenden Spiegelgalvanometers fällt bei Brückengleichgewicht dicht neben einen Hohlspiegel von etwa 25 cm Durchmesser, in dessen Brennpunkt sich eine Photozelle

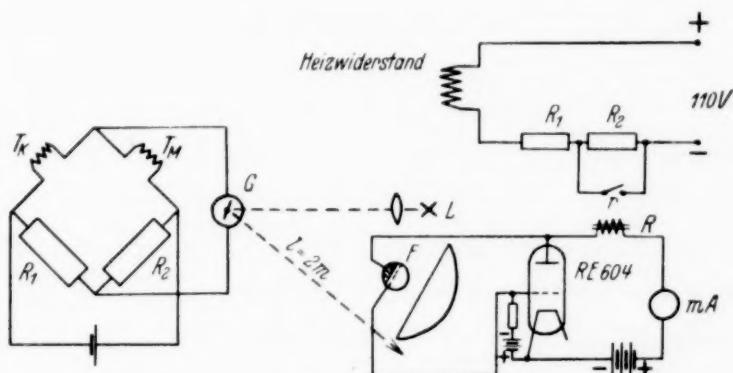


Fig. 2. Schaltung zur adiabatischen Regelung.

befindet. Steigt die Temperatur im Kalorimeter, so wird das Brückengleichgewicht gestört, der Lichtstrahl fällt auf den Hohlspiegel und belichtet die Photozelle. Dadurch wird das Gitter der Elektronenröhre positiv, es fließt ein Anodenstrom, der das Relais \$R\$ ansprechen läßt. Durch den Relaiskontakt \$r\$ wird ein Teil des Vorwiderstandes im Heizkreis des Mantels kurzgeschlossen, so daß der Heizstrom steigt, bis das Brückengleichgewicht wieder hergestellt ist. Infolge der Wärmeträgtheit des Mantels wird die Manteltemperatur um die Kalorimetertemperatur herumpendeln. Im vorliegenden Falle betrugen diese Pendelungen etwa  $\pm 2/100^0\text{ C}$ ; durch Kontrollversuche wurde festgestellt, daß diese Änderungen zu vernachlässigen waren.

Die Wärmetonungskurve wurde von einem schreibenden Instrument selbsttätig aufgezeichnet. Die dabei verwendete Anordnung ist an anderer Stelle ausführlich beschrieben worden (21), so daß hier nur das Gesamtschaltbild (Fig. 3) mitgeteilt werden soll. Ändern die in der Wechselstrombrücke \$ABCD\$ liegenden Kalorimeterthermometer ihren Widerstandswert, so tritt ein Brückennullstrom auf, der verstärkt und gleichgerichtet wird. Das im Gleichrichterkreis liegende Schreibinstrument zeichnet die Änderung auf.

Kommt der Zeiger des Schreibinstruments am Ende der Skale an, so betätigt er einen Kontakt, wodurch der Drehmagnet ein Widerstandspaar  $r-r'$  zu- oder abschaltet. Die Widerstände  $r-r'$  sind so abgestimmt, daß der Zeiger des Schreibinstruments dann gerade wieder auf Null zeigt. Wegen der Einzelheiten, besonders auch wegen der Mittel zur Erreichung einer geradlinigen Kennlinie, muß auf die Originalarbeit verwiesen werden.

*Lechersystem.* Da das Kalorimeter für die sehr hohen Frequenzen über  $3 \cdot 10^7$  Hertz ( $\lambda < 10$  m) aus konstruktiven Gründen (an sich ist der kalorimetrischen Methode keine Grenze gesetzt) nicht mehr brauchbar war, mußte für den Bereich von  $3 \cdot 10^7$  bis  $2 \cdot 10^8$  Hertz ein anderes Verlustmeßverfahren verwendet werden. Als sehr brauchbar erwies sich nach verschiedenen Versuchen die Dekrementmethode im Paralleldrahtsystem-

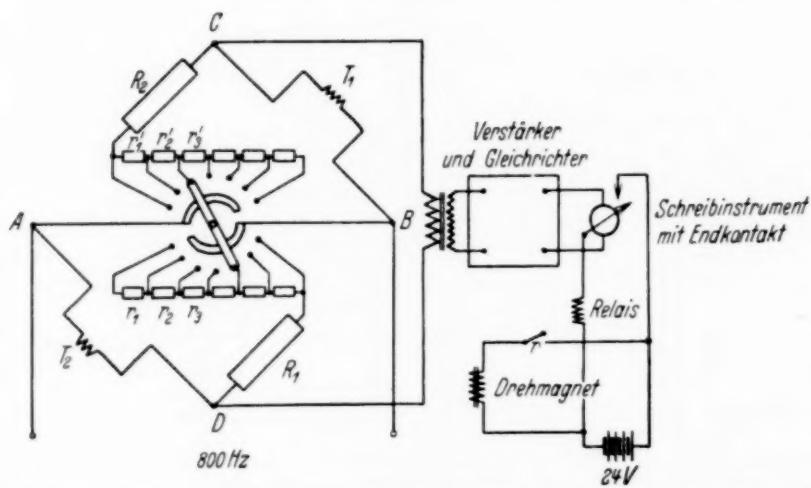


Fig. 3. Umschalteinrichtung für selbsttätige Temperaturaufzeichnung.

wie sie in ähnlicher Form von Coolidge (22) verwendet worden ist. Die mit dieser Methode erhaltenen Werte waren sehr zuverlässig; sie passen sich den mit dem Kalorimeter gemessenen Werten gut an. Der Sender für die Wellenlängen unter  $\lambda = 10$  m wurde mit der Telefunkenröhre RS 282 in den bekannten Ultrakurzwellenschaltungen betrieben; die damit erzeugte Energie war recht erheblich.

*Dekrementmethode und Wagner-Brücke.* Zur Nachprüfung der mit dem Kalorimeter erhaltenen Ergebnisse wurde der Verlustfaktor bei  $1,5 \cdot 10^7$  Hertz auch aus dem Dämpfungsdecrement bestimmt. Die Meßpunkte beider Methoden fielen mit genügender Genauigkeit zusammen. Eine Reihe von Messungen im Gebiet niedriger Frequenzen, also von 50 bis 6000 Hertz, wurden mit der von Wagner angegebenen Wechselstrombrücke mit Hilfszweig kontrolliert.

*B. Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten.*

Die Methoden zur Bestimmung der DK von Isolierstoffen sind außerordentlich vielseitig und unterscheiden sich wesentlich je nach dem Frequenzbereich, in dem sie zur Anwendung kommen. Dementsprechend sind hier vier verschiedene Meßverfahren verwendet worden, von denen jedes nur in einem besonderen Frequenzbereich brauchbar war. Es sei aber vorweg bemerkt, daß durch all diese Verfahren nicht die wahre DK, sondern nur ihr reeller Teil bestimmt wird, sobald Absorption auftritt. Bei tiefen Frequenzen bis zu 10000 Hertz gibt die Wagner-Brücke die zuverlässigsten Werte. Als Vorteil kommt hinzu, daß neben der DK gleichzeitig der Verlustfaktor erhalten wird.

Die von Herweg (23) und gleichzeitig von Pungs und Preuner (24) zur Bestimmung sehr kleiner Kapazitäten angegebene Schwebungsmethode wird bei mittleren Hochfrequenzen allgemein zur Bestimmung der DK benutzt. Bei stark leitfähigen Stoffen können Fehlmessungen dadurch entstehen, daß Scheinleitwert und Blindleitwert des Prüfkondensators in erster Annäherung nicht mehr gleichgesetzt werden können. Graffunder und Weber (25) haben angegeben, wie dieser Fehler zu vermeiden ist. Das Schwebungsverfahren ist bei höheren Frequenzen nicht mehr brauchbar, da dann die außerhalb des Schwingungskreises liegenden Schaltelemente die sich erregende Frequenz immer mehr beeinflussen. Der Ersatz des Verlustkondensators durch einen Teil der Abstimmkapazität ist dann nicht mehr gegeben. Durch gedrängten Aufbau und möglichst kurze Zuleitungen zum Meßkondensator kann der Fehler bis zu  $3 \cdot 10^6$  Hertz in mäßigen Grenzen gehalten werden. Darüber hinaus ist dieses Verfahren aber nicht mehr verwendbar.

Für den Frequenzbereich von  $3 \cdot 10^6$  bis  $5 \cdot 10^7$  Hertz ist das Resonanzverfahren angewendet worden, das nur einen Sender erfordert und den zu messenden Kondensator in einem angekoppelten Kreis zuschaltet. Auch hier muß man auf sehr kurze Verbindungsleitungen zwischen Abstimm- und Meßkondensator achten. Der Fehler wird um so kleiner, je größer die Induktivität des Schwingkreises gewählt wird. Bei Frequenzen über  $5 \cdot 10^7$  Hertz kommt nur noch eines der Verfahren in Frage, die unter Verwendung des Paralleldrahtsystems ausgearbeitet worden sind. Hier hat sich besonders die von Coolidge (22) etwas abgeänderte sogenannte zweite Drudesche Methode bewährt. Voraussetzung für einigermaßen brauchbare Werte ist dabei sehr genaue Messung. In der Tat konnte das Maximum der Abstimmung auf Bruchteile von 1 mm bestimmt werden. Diese Einstell-

genauigkeit war jedoch nur durch besondere Ausbildung der Kontakte an der Kurzschlußbrücke zu erreichen.

### *C. Gleichstromleitfähigkeit.*

Die Leitfähigkeit der Stoffe wurde im allgemeinen durch direkte Strommessung bestimmt. Bei sehr geringen Werten der Leitfähigkeit wurde die sogenannte Kondensatorenentladungsmethode benutzt, die genügend genaue Ergebnisse liefert.

### *Die Versuchsergebnisse.*

Als Untersuchungsflüssigkeiten sind folgende drei Stoffe gewählt worden:

1. Transformatorenöl, als technisches Isoliermittel mit nach tieferen Temperaturen hin gleichmäßig steigender Viskosität.
2. Nitrobenzol, als ausgesprochener Dipolstoff.
3. Benzol, als dipolfreie Substanz mit genau definiertem Erstarrungspunkt.

**1. Transformatorenöl.** Das goldgelbe leichtflüssige Transformatorenöl wurde besonders eingehend untersucht und soll zuerst behandelt werden.

Als maßgebendes Unterscheidungsmerkmal, ob ein Verlust durch einen Mechanismus hervorgerufen wird, der der Dipoltheorie oder der Inhomogenitätstheorie zuzuschreiben ist, wird im allgemeinen das Verhalten des Verlustes vor und nach Reinigung und Trocknung des Isolierstoffs angesehen. Ändert sich der Verlust nach intensiver Reinigung und Trocknung der Flüssigkeit nicht wesentlich, so ist man geneigt, der Dipoltheorie gegenüber der Inhomogenitätstheorie den Vorzug zu geben (27). Wie sich aus den von Wagner aufgestellten Gleichungen ableiten läßt, kann diese Folgerung falsch sein. Durch die Vorversuche war aber festgestellt worden, daß Verlustfaktor und DK des Öls in den für uns wesentlichen Bereichen (abgesehen von den Gebieten, wo ein reiner Leitfähigkeitseffekt auftritt) durch Trocknung und Reinigung nicht beeinflußt wurden. Um aber für alle Proben einheitliche Versuchsbedingungen zu schaffen, wurden die im Kalorimeter und nach anderen Methoden untersuchten Ölproben gründlich gereinigt und getrocknet.

Den Einfluß der Reinigung erkennt man an der Fig. 4, die die Leitfähigkeit des Transformatorenöls über der Temperatur darstellt. Man sieht, daß sich die Leitfähigkeit nach dem Reinigungsprozeß im Mittel um mehr als drei Zehnerpotenzen verringert hat. In beiden Fällen haben wir angenähert logarithmische Abhängigkeit von der Temperatur. Sehr interessant

ist die Tatsache, daß die Kurven etwa parallel laufen. Zudem fällt auf, daß die zwischen — 70 und — 30° C auftretenden Unregelmäßigkeiten in beiden Fällen den gleichen Charakter tragen. Um den Einfluß irgendwelcher Fehler bei der Versuchsausführung kann es sich nicht handeln, da Kurve II unter veränderten Versuchsbedingungen etwa ein halbes Jahr später aufgenommen wurde als Kurve I. Vielmehr ist man geneigt, anzunehmen, daß man in der Tatsache der Ähnlichkeit und der parallelen Verschiebung beider Kurven einen Hinweis auf den Mechanismus des Temperatureffektes der Ioneneleitung hat. Es ist nämlich daraus zu entnehmen: die Leitfähigkeitszunahme mit steigender Temperatur ist auf eine Änderung der Wanderungsgeschwindigkeit der Ladungsträger zurückzuführen und nicht auf eine Zunahme der Zahl der Ionen.

Betrachtet man Fig. 5, auf welcher der Verlustfaktor von Transformatorenöl für eine Reihe von Frequenzen über der Temperatur dargestellt ist, so erkennt man für jede Frequenz ein ausgesprochenes Maximum, das sich für höhere Frequenzen nach höheren Temperaturen hin verschiebt.

Die Höhe der Maxima ist für alle Frequenzen zwischen 50 und  $1,5 \cdot 10^8$  Hertz nahezu die gleiche. Würde man versuchen, diese Ergebnisse mit der Wagnerschen Theorie in Einklang zu bringen, so würde man bei flüchtiger Prüfung zunächst annehmen, daß die Bedingungen für die Gültigkeit dieser Theorie gegeben sind. Denn die Verschiebung der Maxima erfolgt scheinbar so, wie es die Theorie verlangt.

Während aber die Leitfähigkeit des Öls im Bereich von — 50 bis + 20° C um kaum drei Zehnerpotenzen zunimmt, ändert sich die Frequenz — auf die Maxima bezogen — um etwa sechs Zehnerpotenzen. Außerdem müßte, da die Leitfähigkeit nach einer Exponentialfunktion zunimmt, der Abstand zwischen zwei Maxima für gleiche Frequenzabstände gleich groß

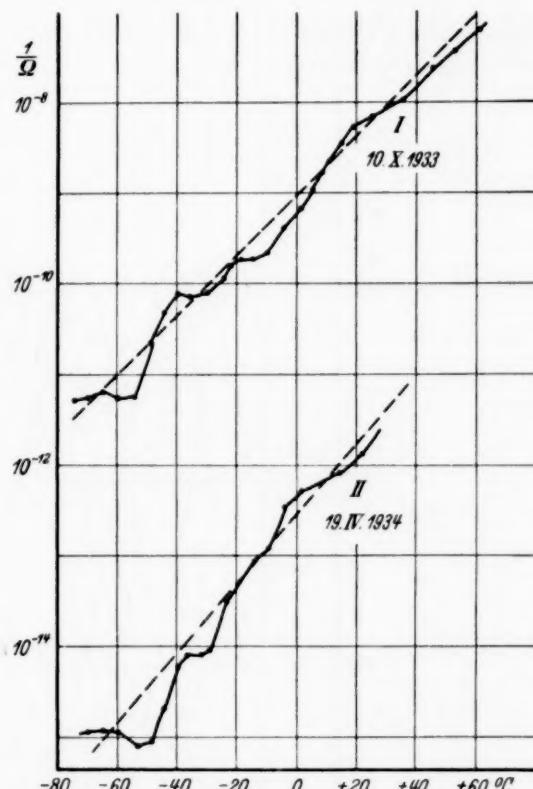


Fig. 4. Temperaturlang der Leitfähigkeit von Transformatorenöl.

I. Ungereinigt, II. gereinigt.

sein. Wir erkennen aber, daß diese Abstände sich erheblich ändern. Während z. B. von  $-55$  bis  $-35^\circ\text{C}$  die Frequenz sich im Verhältnis  $1:100$  ändert, nimmt sie von  $+15$  bis  $+35^\circ\text{C}$  nur auf das Vierfache zu. Hinzu kommt noch ein anderer Einwand: Wenn die Größe des Verlustfaktors neben der Leitfähigkeit auch von der Größe der im Stoff vorhandenen Inhomogenitäten beeinflußt werden soll, so müßte man erwarten, daß der  $\text{tg } \delta$  bei den sehr tiefen Temperaturen größere Werte annehmen müßte, als bei hohen Temperaturen. Denn bei  $-60^\circ\text{C}$  ist das Öl bereits vollkommen fest, es beginnt

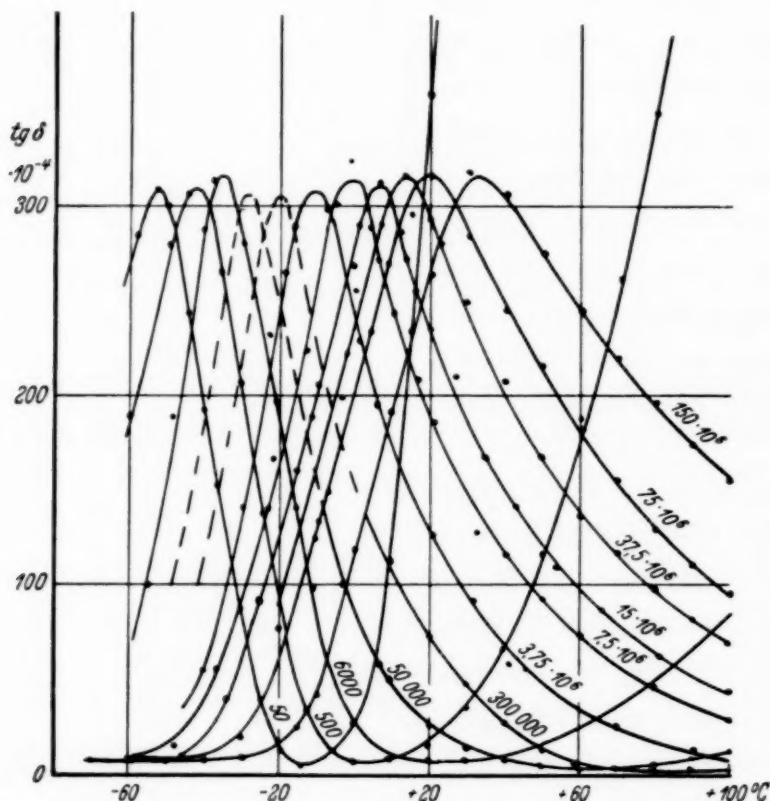


Fig. 5. Temperaturgang des Verlustfaktors von Transformatorenöl bei Frequenzen von 50 Hz bis  $150 \cdot 10^6$  Hz.

sogar, kristalline Ausscheidungen zu zeigen, die bei  $-100^\circ\text{C}$  so stark sind, daß das Öl etwa das Aussehen von Kolophonium mit teils hellerem und teils dunklerem Gefüge hat. Die Inhomogenität hat also beträchtlich zugenommen. Es soll hier noch einmal erwähnt werden, daß die Reinigung des Öls auf die Höhe und die Form des Verlustmaximums weder bei tiefen noch bei hohen Frequenzen einen meßbaren Einfluß ausübte. Lediglich in dem Gebiet, in welchem der  $\text{tg } \delta$  nur von der Leitfähigkeit abhängig ist, traten starke Änderungen auf, wie das zu erwarten war. Es scheint demnach nicht zulässig, für die Erklärung des Verlustmechanismus bei dem untersuchten Transformatorenöl die Schichttheorie heranzuziehen.

Sehr gut passen die Versuchsergebnisse dagegen zu den Forderungen, die durch die Dipoltheorie von Debye gestellt werden. Die kritische Frequenz, bei welcher anomale Dispersion und damit das Absorptionsmaximum für einen Dipolstoff auftritt, ist gegeben durch die Beziehung

$$\omega_{\max} = \frac{k \cdot T}{4 \pi \eta a^3}.$$

Sie ist also für geringe Temperaturänderungen in erster Annäherung umgekehrt proportional der Viskosität des Stoffes. Die Viskosität des Öls

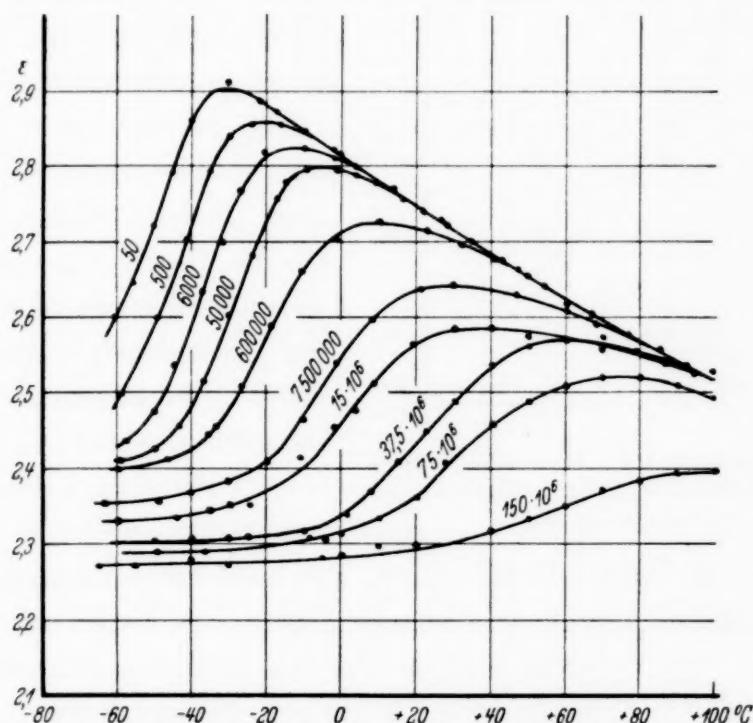


Fig. 6. Temperaturgang der DK von Transformatorenöl bei Frequenzen von 50 Hz bis  $150 \cdot 10^6$  Hz.

ist bis  $-20^\circ\text{C}$  mit Hilfe des Ostwaldschen Kapillaritätsviskosimeters bestimmt worden (Fig. 7). Durch Vergleich mit Wasser, dessen Werte aus Landolt-Börnstein entnommen wurden, konnte die Viskosität in  $\text{cm}^{-1} \text{g sec}^{-1}$  umgerechnet werden. Man sieht, daß sie nach tieferen Temperaturen hin weit stärker als logarithmisch ansteigt. Es ist ohne weiteres anzunehmen, daß dieser Charakter der Viskositätskurve bei den noch tieferen Temperaturen erhalten bleibt. Damit erklärt sich dann auch der immer geringer werdende Frequenzabstand für die Maxima mit tieferen Temperaturen. Unter der Voraussetzung eines konstanten Molekülradius folgt aus der oben mitgeteilten Gleichung

$$\frac{T}{\omega_{\max}} = \frac{4 \pi a^3}{k} \cdot \eta,$$

wobei mit  $\omega_{\max}$  diejenige Frequenz bezeichnet wird, bei der das Maximum des Verlustfaktors auftritt. Trägt man das Verhältnis  $T/\omega_{\max}$  bei richtiger

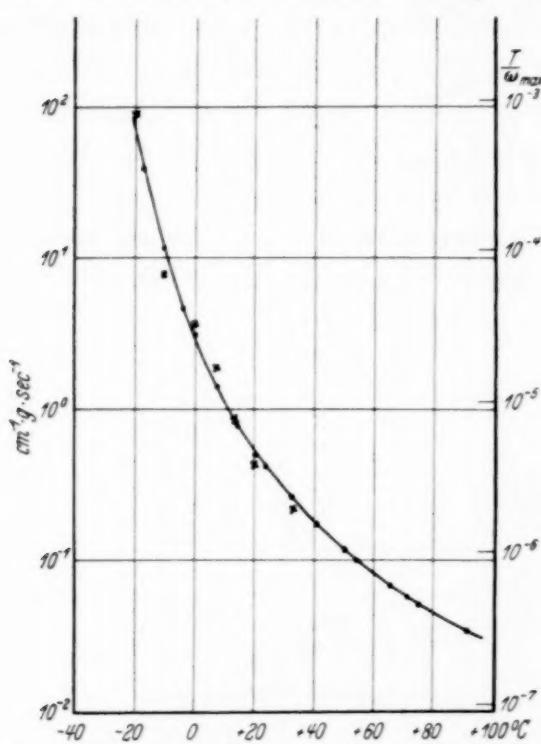


Fig. 7. Temperaturgang der Viskosität (Punkte) und des Verhältnisses  $T/\omega_{\max}$  (Kreuze) bei Transformatorenöl.

raturen über der Frequenz dargestellt. Für hohe Temperaturen beobachtet man bei tiefen Frequenzen eine Abnahme des  $\tan \delta$ , die etwa einer Hyperbel-

funktion entspricht. Dieser Teil der Kurve ist also durch einen reinen Leitfähigkeitsverlust verursacht. Anschließend daran steigt der Verlustwinkel wieder an und geht dann nach Erreichen eines Maximums auf einen geringen Wert zurück. Es zeigt sich dabei, daß dieses Maximum für hohe Temperaturen bei sehr hohen Frequenzen liegt, und daß es sich mit abnehmender Tem-

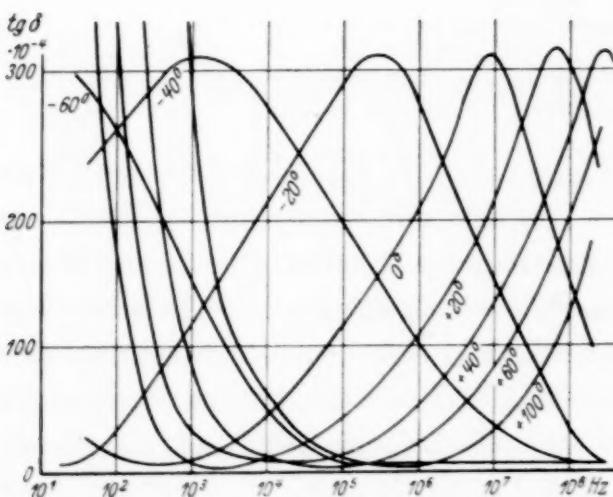


Fig. 8. Frequenzgang des Verlustfaktors von Transformatorenöl bei verschiedenen Temperaturen.

peratur nach tieferen Frequenzen hin verschiebt. Gleichzeitig wird das Maximum um so breiter, je tiefer die Temperatur ist. Die Verschiebung

des Maximums ist, wie wir oben gesehen haben, aus der starken Temperaturabhängigkeit der Viskosität zu erklären. Es liegt nahe, für die Verbreiterung des Maximums die Änderung des Verhältnisses  $\epsilon_0/\epsilon_\infty$ , das mit steigender Temperatur etwas geringer wird, verantwortlich zu machen. Ein solches Verhalten würde aus dem von Debye für den Verlustfaktor gegebenen Ausdruck grundsätzlich folgen. Wie aber eine Nachrechnung mit den gegebenen Werten für  $\epsilon_0$  und  $\epsilon_\infty$  gezeigt hat, ist die dadurch bedingte Verbreiterung des Maximums so gering, daß die hier auftretenden großen Unterschiede hiermit nicht erklärt werden können. Vielmehr scheint es sich um einen Einfluß der Viskosität zu handeln. Diese Tatsache wird allerdings in den Debyeschen Gleichungen nicht berücksichtigt.

Der Verlauf der Dielektrizitätskonstanten (Fig. 6, 9) entspricht im ganzen den Kurven für den Verlustfaktor. Die Änderung der DK tritt dort auf, wo der Verlust-

winkel sein Maximum hat. Auch hier zeigt sich für hohe Temperaturen, also bei hohen Frequenzen, ein viel steilerer Abfall vom statischen auf den optischen Wert, als bei den tiefen Temperaturen.

Der für die höchste Frequenz bei tiefen Temperaturen gefundene kleinste Wert der Dielektrizitätskonstanten ist  $\epsilon = 2,28$ . Mit dem Refraktometer wurde der Brechungsindex des Öls bei Normaltemperatur für die Natriumlinie zu  $n = 1,52$  bestimmt. Die DK bei 2 m Wellenlänge liegt also in der Nähe der optischen Werte.

Ein recht anschauliches Bild über die grundsätzliche Verschiedenheit von Leitungsverlust und dielektrischem Verlust vermittelt die Kurvenschar auf Fig. 10. Die Werte dieser Kurvenschar, die bei niedrigen Frequenzen und bei Gleichstrom direkt im Kalorimeter gemessen worden sind, wurden für die hohen Frequenzen durch Rechnung aus den Verlustwinkelkurven erhalten. Das war zulässig, da durch eine große Anzahl von Versuchen die etwa quadratische Abhängigkeit der Verluste von der Spannung bestätigt werden konnte. Bei niedriger Frequenz tritt lediglich ein Leitungsverlust auf, der natürlich unabhängig von der Frequenz ist. Von einer

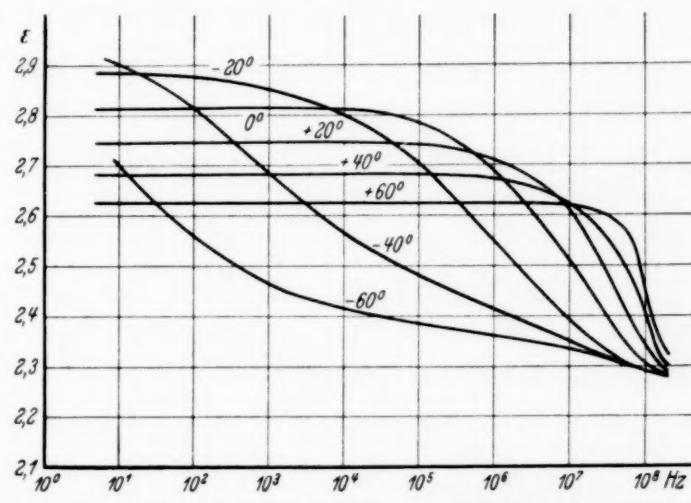


Fig. 9. Frequenzgang der DK von Transformatorenöl bei verschiedenen Temperaturen.

bestimmten Frequenz ab steigt der Verlust dann aber stark an und erreicht bei hohen Frequenzen recht erhebliche Werte. Der Knick in der Kurve ist um so schärfer, und die Steilheit dieses Kurvenastes ist um so größer, je höher die Temperatur, je geringer also die Viskosität des Öls ist. Man kommt bei der Betrachtung dieser Kurven zu der Überzeugung, daß der plötzliche Anstieg nicht durch einen Leitfähigkeitseffekt hervorgerufen werden kann, sondern daß hier ein völlig andersgearteter Mechanismus einsetzt.

Vergleichen wir die hier mitgeteilten Versuchsergebnisse mit denen von Kitchin und Müller (6) an Kolophonium und Rizinusöl und von

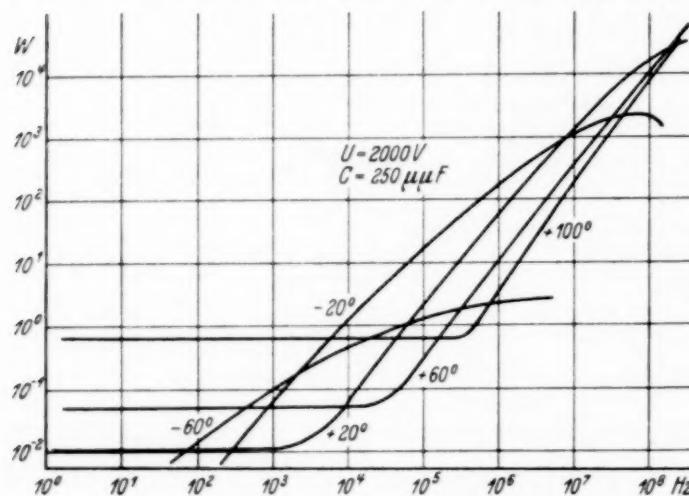


Fig. 10. Frequenzgang des Verlustes von Transformatorenöl bei verschiedenen Temperaturen.

Race (7) an einem dickflüssigen Kabelöl (heavy cable-oil), so sehen wir, daß sie als Bestätigung für die dort ausgesprochene Ansicht zu gelten haben, daß das Verlustmaximum durch Dipoleinflüsse zu erklären ist. Auch die von Kirch (10) vertretene Ansicht, daß man bei Harzen und Ölen im allgemeinen einen Viskositätseffekt als Ursache für das Auftreten eines Verlustwinkelmaximums annehmen muß, scheint durch die vorliegenden Meßergebnisse eine Stütze zu finden. Dagegen scheint der von anderer Seite [(8), S. 109; S. 51] erhobene Einwand, daß im Bereich technischer Frequenzen ein Debye-Maximum gar nicht auftreten könne, durch diese vollkommen geschlossene Versuchsreihe widerlegt zu sein. Das wird auch verständlich, wenn man sich erinnert, „daß das Molekül ein und desselben Stoffes verschieden „groß“ ist, je nachdem ob es in festem, flüssigem oder gasförmigem Zustand vorliegt; wobei freilich der Begriff der Molekülgröße in den unbestimmteren des „Molekülbereiches“ übergeht. Es liegt gar kein Grund vor gegen eine Extrapolation dieser Betrachtungen auch auf das mikro- und makroskopische Gebiet, wenn wir daran denken, daß z. B. große Salzkristalle nach unserem besten Wissen von denselben Kräften aufgebaut werden, wie sie im Salzmolekül bestehen“ [siehe Ostwald (2), S. 12].

Man könnte also neben der Annahme, daß die Dipole bei den tiefen Temperaturen gewissermaßen eingefroren sind, auch die Möglichkeit der

Vergrößerung der Moleküldurchmesser für die Nachprüfung der Dipoltheorie mit heranziehen. Aber diese Annahme ist nicht einmal nötig, denn Ziegler (28) hat bei Annahme eines konstanten Moleküldurchmessers die notwendige Zähigkeit berechnet, die vorauszusetzen wäre, um bei technischen Frequenzen ein Verlustmaximum zu erhalten. Er findet, daß „die bei dem Harz (Kitchin und Müller)“ bei 60 Hertz gefundenen Verluste durchaus auf Dipolorientierung zurückzuführen sind“.

Die Ergebnisse von Vogler (15), der bis zu  $1,2 \cdot 10^7$  Hertz Messungen an verschiedenen Flüssigkeiten ausführte, passen, soweit es sich um die Frequenzabhängigkeit handelt, dem Änderungssinn nach gut in die von uns erzielten Werte. Dagegen fallen die Temperaturkurven vollkommen heraus. Auch die von Darmstädter (29) gefundenen Verlustkurven decken sich nur zum Teil mit unseren. Beck (27), der nur bei Normaltemperatur gemessen hat, findet Werte, die gut zu den unseren passen. Besonders wesentlich scheint sein Ergebnis zu sein, daß für „stabilisiertes“ Öl praktisch das gleiche Verlustmaximum gefunden wurde, wie für ungereinigtes Öl. Wie schon erwähnt, fanden wir bei dem untersuchten Öl ein gleiches Verhalten. Auch nach Ornstein und Willemse (30) gaben im elektrischen Feld stabilisierte Öle bei hohen Frequenzen keine Änderung des Verlustes, wohl aber bei technischen Frequenzen.

Dagegen läßt sich für Transformatorenöl die Annahme von Gemant [(8), S. 103], daß im Bereich niedriger Frequenzen ein Wagner-Maximum und im Bereich sehr hoher Frequenzen ein Debye-Maximum auftritt, nicht halten. Wie weit diese Annahme für feste Stoffe zutrifft, kann hier nicht untersucht werden. Für ein derart grob geschichtetes Dielektrikum wie Holz ist nach Messungen im Braunschweiger Institut dieses zweite Maximum im Mittelfrequenzgebiet an keiner der untersuchten Proben aufgetreten.

**2. Nitrobenzol.** Nitrobenzol hat als ausgesprochener Dipolstoff im flüssigen Zustand eine DK von etwa 30, während es bei tieferen Temperaturen, bei denen der Stoff fest ist, Werte von nur 4 bis 8 hat. Messungen an Nitrobenzol sind besonders wegen seines außerordentlich stark hygroskopischen Verhaltens, durch das sehr große Leitfähigkeitswerte erhalten werden, und wegen der Tatsache, daß es bei einer Temperatur von + 6,5° C gefriert, schwierig. Bei den niederen Frequenzen bis zu  $10^6$  Hertz macht sich die Leitfähigkeit trotz sorgfältiger Reinigung und Destillation besonders unangenehm bemerkbar, indem nämlich jeder andere Effekt verdeckt wird. Wird der Stoff dann noch im nicht abgeschmolzenen Versuchsgefäß untersucht, so ändert sich die Leitfähigkeit durch Feuchtigkeitsaufnahme dauernd. In dem zylindrischen Kondensatorgefäß des Kalorimeters, das ja nicht

abgeschmolzen werden konnte, wurde deswegen ein Trocknungsgefäß mit Chlorecalcium angebracht. Trotzdem konnte festgestellt werden, daß

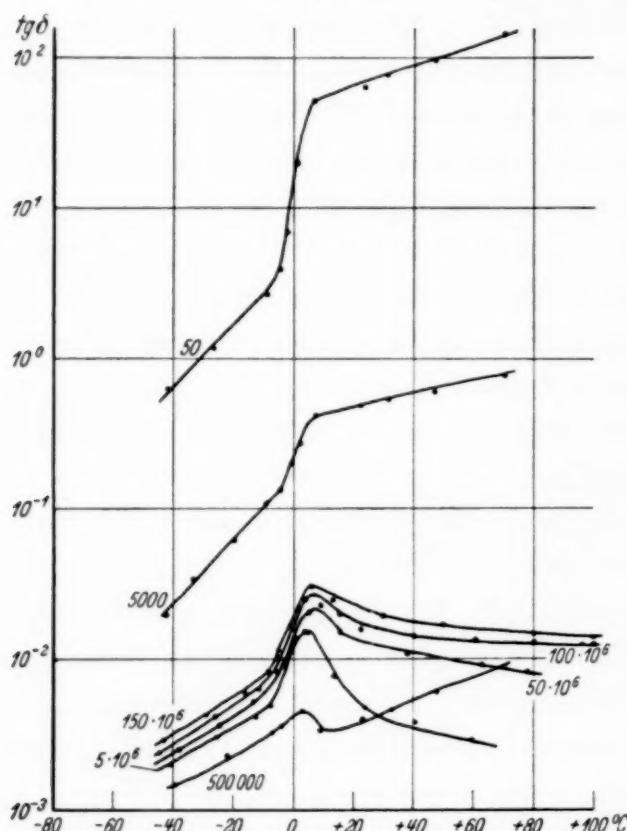


Fig. 11. Temperaturgang des Verlustfaktors von Nitrobenzol bei Frequenzen von 50 Hz bis  $150 \cdot 10^6$  Hz.

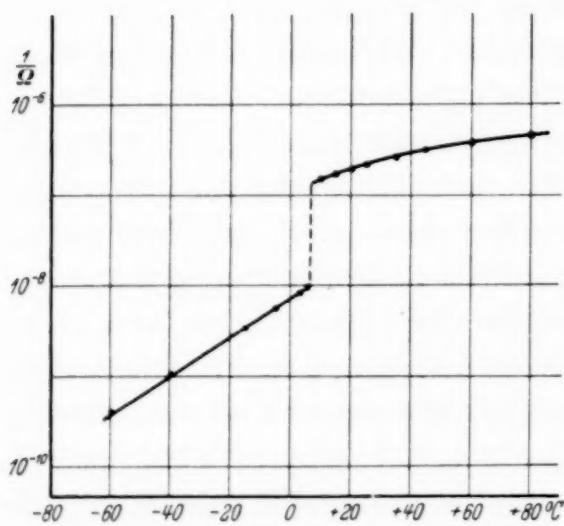


Fig. 12. Temperaturgang der Leitfähigkeit von Nitrobenzol.

die Feuchtigkeitsaufnahme, besonders beim Übergang vom festen in den flüssigen Zustand, noch erheblich war. Entsprechend groß sind die Werte für den Verlustfaktor bei niedrigen Frequenzen (Fig. 11). Ein Vergleich mit der Leitfähigkeitskurve (Fig. 12) zeigt, daß der Verlustwinkel bis zu 500000 Hertz fast ausschließlich durch die Größe der Leitfähigkeit bestimmt ist. Die Leitfähigkeit und die DK wurden an einem abgeschmolzenen Zylinderkondensator gemessen. Interessant ist die beim Schmelzpunkt plötzlich auftretende Zunahme der Leitfähigkeit auf über das Zehnfache. Ein entsprechender Knick ist in den Verlustkurven für niedrige Frequenzen zu beobachten. Allerdings ist hier die Änderung nicht so plötzlich. Das ist darauf zurückzuführen, daß durch die dielektrische Erwärmung des Nitrobenzoleises im Kalorimeter zunächst nur ein Teil des Eises geschmolzen wird, so daß flüssiges Nitrobenzol und Eis gleichzeitig vorhanden sind. Da-

durch wird die Eindeutigkeit der Meßwerte in der Nähe des Schmelzpunktes leider sehr gestört. Außerdem werden mit dem Kalorimeter im Schmelzpunkt infolge der aufzuwendenden Schmelzwärme zu kleine Werte erhalten. Es kann deswegen nicht mit Bestimmtheit behauptet werden, daß die Form der bei

hohen Frequenzen gefundenen Verlustkurven völlig richtig ist. Zu erkennen ist jedenfalls für die hohen Frequenzen ein ausgesprochenes Verlustmaximum

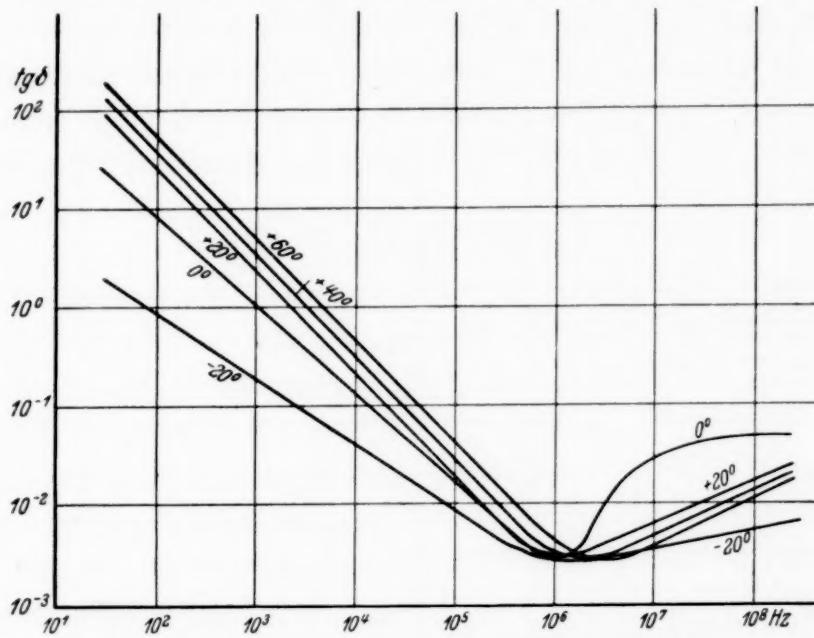


Fig. 13. Frequenzgang des Verlustfaktors von Nitrobenzol.

beim Schmelzpunkt, das seine Lage nicht verschiebt und dessen Höhe mit wachsender Frequenz mäßig zunimmt. Der Frequenzgang des Verlust-

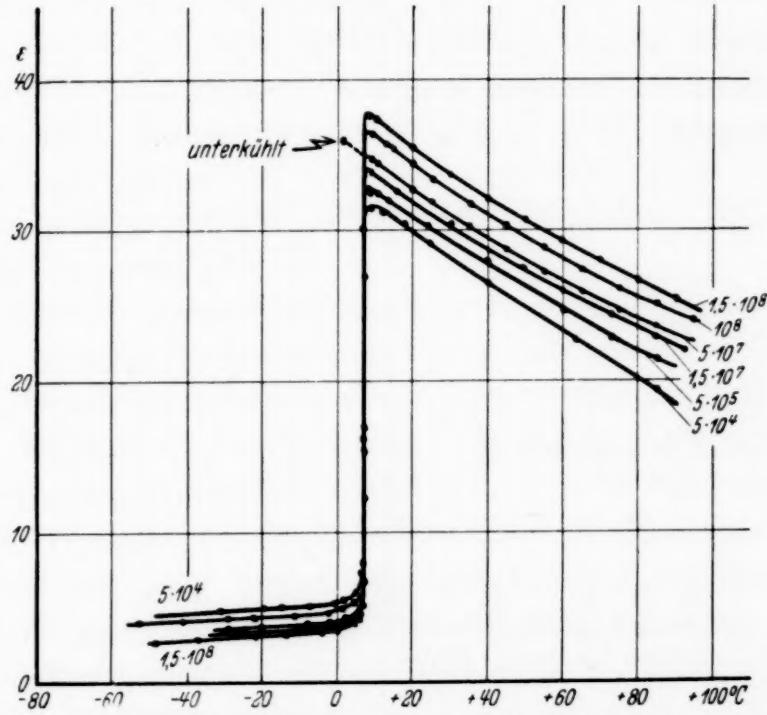


Fig. 14. Temperaturgang der DK von Nitrobenzol bei Frequenzen von 50 Hz bis  $150 \cdot 10^6$  Hz.

faktors (Fig. 13) zeigt entsprechend zunächst eine Abnahme und dann bis 2 m Welle ein leichtes Steigen der Verluste, ohne ein Maximum zu zeigen. Beck (27) hat bei 6 m Wellenlänge ein ausgesprochenes Maximum fest-

gestellt. Es läßt sich leider nicht feststellen, wodurch die Abweichungen zu erklären sind. Es ist nicht ausgeschlossen, daß Verunreinigungen mit anderen Dipolstoffen dafür verantwortlich zu machen sind, denn es ist bekannt, daß Nitrobenzol sich kaum völlig rein darstellen läßt. Sämtliche

Messungen wurden an einem von Schering-Kahlbaum, Berlin, gelieferten Nitrobenzol ( $n_D^{20^\circ} = 1,5533$ ) ausgeführt.

Die DK zeigt in der Nähe des Schmelzpunktes einen plötzlichen Sprung auf das Acht- bis Zehnfache (Fig. 14). Bemerkenswert und verständlich ist die Tatsache, daß diese Dispersionserscheinung für alle gemessenen Frequenzen bei der gleichen Temperatur auftritt, nämlich beim Gefrierpunkt. Denn beim Übergang vom flüssigen Zustand in den festen tritt gewissermaßen eine sehr erhebliche plötzliche Erhöhung der Viskosität auf.

Fig. 15. Frequenzgang der DK von Nitrobenzol.

Die Frequenzabhängigkeit der DK (Fig. 15) zeigt für flüssiges Nitrobenzol einen Anstieg mit der Frequenz, während Nitrobenzoleis eine mit steigender Frequenz fallende DK hat. Der für die Flüssigkeit gefundene Anstieg

mit der Frequenz ist auch von anderen Autoren beobachtet worden (31) (32) (33). Wie dieser Anstieg zu erklären ist, kann nicht gesagt werden.

**3. Benzol.** Wenn der im Nitrobenzol bei hohen Frequenzen auftretende Verlust in der Nähe des Schmelzpunktes auf Inhomogenitäten zurückzuführen wäre — eine Annahme, die bei der kristallinen Struktur des Nitrobenzoleises sehr nahe liegt —, so müßte ein ähnlicher Effekt auftreten bei Benzol, das bei  $+4,5^\circ\text{C}$  kristallin erstarrt. Obwohl die DK im Schmelzpunkt einen plötzlichen Abfall zeigt (Fig. 16), konnte im ganzen untersuchten Temperatur- und Frequenzgebiet ein mit den vorhandenen Hilfs-

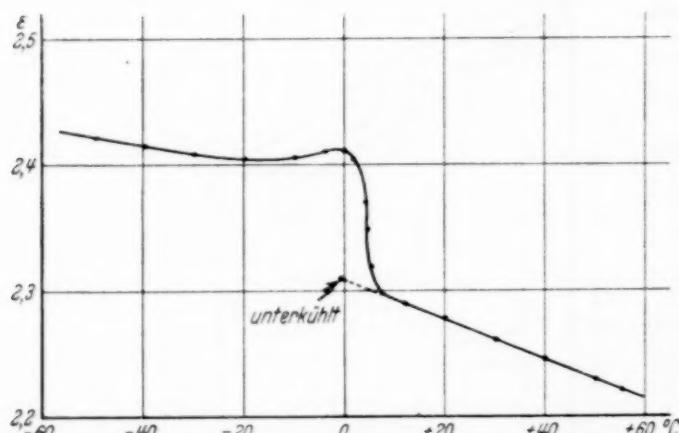


Fig. 16. Temperaturgang der DK von Benzol für Frequenzen bis zu  $150 \cdot 10^6$  Hz

zuführen wäre — eine Annahme, die bei der kristallinen Struktur des Nitrobenzoleises sehr nahe liegt —, so müßte ein ähnlicher Effekt auftreten bei Benzol, das bei  $+4,5^\circ\text{C}$  kristallin erstarrt. Obwohl die DK im Schmelzpunkt einen plötzlichen Abfall zeigt (Fig. 16), konnte im ganzen untersuchten Temperatur- und Frequenzgebiet ein mit den vorhandenen Hilfs-

mitteln meßbarer Verlustwinkel nicht festgestellt werden. Ein bei Wellenlängen von 6 und 2 m zunächst beobachteter Verlust konnte bald erklärt werden dadurch, daß im Meßgefäß noch Spuren des vorher untersuchten Nitrobenzols vorhanden gewesen waren. Nach sorgfältiger Reinigung der Gefäße und nach mehrmaligem Ausspülen mit Benzol war ein Verlust nicht mehr nachzuweisen.

### Zusammenfassung.

Die Aufgabe der Arbeit war der Ausbau und die Entwicklung von Meßmethoden, mit deren Hilfe der Verlust und der Verlustfaktor flüssiger Isolierstoffe in möglichst weitem Frequenz- und Temperaturbereich mit genügender Genauigkeit gemessen werden konnten. Dann sollte durch eine Reihe von Messungen an einigen Flüssigkeiten die Brauchbarkeit der Meßapparaturen geprüft und gleichzeitig maßgebendes Versuchsmaterial zur Klärung der Frage nach dem Verlustmechanismus bei flüssigen Isolierstoffen beigebracht werden.

Ein nach neuartigen Grundsätzen entwickeltes Hochfrequenzkalorimeter gestattet die Bestimmung des Verlustes flüssiger Isolierstoffe von den tiefsten Frequenzen bis zu  $5 \cdot 10^7$  Hertz und in einem Temperaturbereich von  $-60$  bis  $+100^\circ\text{C}$ . Die Meßmethode wird durch Anwendung des adiabatischen Prinzips und durch Einführung einer selbsttätigen Temperaturaufzeichnung wesentlich vereinfacht. Außerdem wird eine erhebliche Steigerung der Genauigkeit und der Sicherheit der Messungen erreicht.

Die an Transformatorenöl, Nitrobenzol und Benzol bis zu  $1,5 \cdot 10^8$  Hertz und im angegebenen Temperaturbereich vorgenommenen Untersuchungen hatten folgendes Ergebnis:

Ein nach der Inhomogenitätstheorie zu erklärender Verlustmechanismus scheint bei keinem der untersuchten Stoffe aufzutreten.

Bei Transformatorenöl muß auf Grund des gewonnenen Kurvenmaterials ein Effekt entsprechend der Dipoltheorie von Debye angenommen werden. Das gleichzeitige Auftreten beider Effekte, also eines Wagner-Mechanismus im Gebiete niederer Frequenz und eines Debye-Mechanismus im Gebiete der kurzen elektrischen Wellen, kommt nicht in Frage. Die für Nitrobenzol gefundenen Werte sind eine Bestätigung für diese Annahme. Für Benzol als einen nicht dipolhaltigen Stoff konnte auch im Erstarrungspunkt ein Verlust nicht festgestellt werden.

Die Arbeit wurde während meiner Assistentenzeit in den Jahren 1931 bis 1934 im Institut für Fernmelde- und Hochfrequenztechnik der Technischen Hochschule Braunschweig ausgeführt. Es ist mir ein Bedürfnis, meinem verehrten Lehrer und Chef, Herrn Prof. Dr.-Ing. L. Pungs, für

seine wertvollen Ratschläge und die dauernde Förderung der Arbeit meinen besten Dank auszusprechen. Den Herren Dipl.-Ing. E. Müller, Brake, Jahns und Voelkel, die einen Teil der umfangreichen und schwierigen DK-Messungen ausgeführt haben, bin ich zu Dank verpflichtet. Der Helmholtz-Gesellschaft danke ich für die Bereitstellung der erforderlichen Mittel. Die Deutsche Philips-Gesellschaft leistete für einige beschädigte Sende-röhren größerer Leistung kostenlosen Ersatz; die Firma Alfol-Dyckerhoff, Hannover, unterstützte mich freundlichst bei dem Entwurf der Wärme-isolierung des Kalorimeters und stellte die erforderliche Menge Aluminium-folie zur Verfügung. Die Kalorimeter und die verschiedenen Meßgeräte sind in vorbildlicher Weise von Herrn Feinmechanikermeister R. Lütge, Braunschweig, hergestellt worden. Für die saubere und gewissenhafte Ausführung der Arbeiten sage ich ihm auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank.

#### *Literaturverzeichnis.*

- 1) K. W. Wagner, Arch. f. Elektrotechn. **2**, 371, 1914; **3**, 67, 1914; Ann. d. Phys. **40**, 817, 1913; Elektrotechn. ZS. **34**, 1279, 1913. — 2) W. O. Ostwald, Kolloidwissenschaft, Elektrotechnik und heterogene Katalyse, S. 57. Dresden und Leipzig 1930. — 3) J. B. Miles u. H. P. Robertson, Phys. Rev. **40**, 583, 1932. — 4) P. Debye, Polare Moleküle. Leipzig 1929. — 5) L. Pungs, Dissertation Darmstadt 1913. — 6) D. W. Kitchin u. H. Müller, Phys. Rev. **32**, 979, 1928; D. W. Kitchin, J. Amer. Inst. Electr. Eng. **48**, 281, 1929. — 7) H. H. Race, Phys. Rev. **37**, 430, 1931. — 8) A. Gemant, Elektrophysik der Isolierstoffe, S. 106. Berlin 1930. — 9) A. Bormann u. A. Gemant, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **10**, 119, 1931. — 10) E. Kirch, Forschung und Technik, S. 502. Berlin 1930; Elektrotechn. ZS. **53**, 931, 1932. — 11) F. Harms, Ann. d. Phys. **12**, 565, 1901. — 12) J. Malsch, Phys. ZS. **33**, 19, 1932; Ann. d. Phys. **12**, 865, 1932. — 13) A. Deubner, Phys. ZS. **33**, 223, 1932. — 14) P. Debye, ebenda **35**, 101, 1934. — 15) H. Vogler, El. Nachr.-Techn. **8**, 197, 1931. — 16) L. Pungs u. H. Rieche, ZS. f. techn. Phys. **14**, 483, 1933. — 17) E. Schmidt, ZS. d. Ver. deutsch. Ing. **73**, 629, 1929. — 18) L. Pungs u. H. Vogler, Phys. ZS. **31**, 485, 1930. — 19) H. Hoyer, Arch. f. Elektrotechn. **27**, 691, 1933. — 20) H. Rieche, ZS. f. techn. Phys. **13**, 374, 1932. — 21) H. Rieche, ebenda **13**, 498, 1932. — 22) J. Coolidge, Ann. d. Phys. **69**, 125, 1899. — 23) J. Herweg, Verhandl. d. Deutsch. phys. Ges. **21**, 572, 1919. — 24) L. Pungs u. G. Preuner, Phys. ZS. **20**, 551, 1919. — 25) W. Graffunder u. R. Weber, Ann. d. Phys. **9**, 887, 1931. — 26) G. Preuner u. L. Pungs, Verhandl. d. Deutsch. phys. Ges. **21**, 594, 1919; Jahrb. d. drahtl. Tel. **15**, 469, 1920. — 27) H. Beck, Phys. ZS. **34**, 721, 1933. — 28) W. Ziegler, ebenda **35**, 476, 1934. — 29) E. Darmstädter, Dissertation Jena 1929. — 30) L. S. Ornstein u. G. J. D. J. Willemse, ZS. f. techn. Phys. **11**, 345, 1930. — 31) A. B. Bryan, Phys. Rev. **22**, 399, 1923. — 32) R. W. Lunt u. G. Rau, Proc. Roy. Soc. London (A) **126**, 213, 1930. — 33) Smith u. Hitchcock, Journ. Amer. Chem. Soc. **54**, 4631, 1932.

# Über die Bandenspektren der ionisierten Halogenwasserstoffe. I.

## Bromwasserstoffbanden.

Von **Folke Norling** in Stockholm.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. April 1935.)

Unter Verwendung einer Lichtquelle, die ein besonders starkes negatives Glimmlicht gibt, erhält man von Bromwasserstoffgas bei niedrigem Druck zwischen 3000 und 4000 Å ein Bandenspektrum, das dem ionisierten Bromwasserstoff zugeschrieben wird. Die Banden bilden ein  $^2\Sigma - ^2\Pi_i$ -System mit einer Dublett-aufspaltung von  $2653 \text{ cm}^{-1}$ . Sie sind den von Kulp analysierten Banden von  $\text{HCl}^+$  analog.

Während die ultraroten Rotations- und Rotationsschwingungsspektren der Halogenwasserstoffe seit langem bekannt und eingehend untersucht worden sind, hat man bis jetzt im optischen Spektralgebiet keine nicht-continuierlichen Banden der neutralen Halogenwasserstoffe erhalten können. Dagegen haben Brice und Jenkins<sup>1)</sup> bei einer Geissler-Entladung ein in Ultraviolet gelegenes Spektrum entdeckt, das sie ionisiertem Chlorwasserstoff zuschreiben. Dies Spektrum hat Kulp<sup>2)</sup> später analysiert und in ein  $^2\Sigma - ^2\Pi_i$ -System eingeordnet. Weizel, Wolff und Binkele<sup>3)</sup> haben nach dem analogen Spektrum von ionisiertem Bromwasserstoff gesucht, aber dabei nur eine kontinuierliche Schwärzung gefunden, von der sie vermuten, daß sie von der neutralen Bromwasserstoffmolekel stammt.

In der Absicht, die oben erwähnten Chlorwasserstoffbanden mit den analogen Banden, die erhalten werden sollen, wenn das leichte Wasserstoffisotop (H) durch das schwere (D) ersetzt worden ist, zu vergleichen, wurden vom Verfasser einige Versuche angestellt, um die besten Anregungsbedingungen zu ermitteln. Da Kulp seine Bande in einer Geissler-Entladung mit Platinelektroden in strömendem HCl-Gas und bei einem Druck von 6 mm Hg erhielt, wurden hierbei zuerst Geissler-Entladungen untersucht, bei denen Druck, Spannung, Grad der Kondensierung usw. variiert wurden. Diese Versuche aber gaben keinen positiven Erfolg. Inzwischen wurden die Banden leicht vom negativen Glimmlicht einer unten näher beschriebenen Lichtquelle erhalten (es ist daher wahrscheinlich, daß auch Kulp die Banden vom negativen Glimmlicht seiner Lichtquelle erhalten hat). Nachdem auf

---

<sup>1)</sup> B. A. Brice u. F. A. Jenkins, Nature **123**, 944, 1929. — <sup>2)</sup> M. Kulp, ZS. f. Phys. **67**, 7, 1931. — <sup>3)</sup> W. Weizel, H. W. Wolff u. H. Binkele, ZS. f. phys. Chem. **10**, 459, 1930.

diese Weise ein geeignetes Entladungsrohr gefunden war, lag es aber nahe, wieder nach den Bromwasserstoffbanden zu suchen. Hierbei ist nun ein Bandensystem erhalten worden, das dem von Kulp analysierten Bandensystem von Chlorwasserstoff strukturmäßig ähnelt und daher dem ionisierten Bromwasserstoff zugeschrieben werden muß.

*Experimentelles.* Die ersten erfolgreichen Aufnahmen wurden mit einem zweckmäßig modifizierten Hohlkathodenrohr nach einem Modell, das von Frerichs<sup>1)</sup> angegeben worden ist, ausgeführt. Die Kathode bestand aus Kupfer und wurde stark gekühlt. Auf den ersten Platten waren jedoch nur Spuren von Banden sichtbar, und es war daher notwendig, die Intensität der Lichtquelle weiter zu steigern. Eine gewisse Erhöhung wurde durch Untersuchungen über den Einfluß des Druckes erreicht. Es stellte sich heraus, daß der Druck der niedrigste sein mußte, bei dem die Entladung überhaupt betrieben werden konnte. Es ist also von größerer Bedeutung, daß man die Ionisierung erleichtert, als daß man die Konzentration der Bromwasserstoffmolekülen bei einem hohen Wert hält. Bei einem Druck von einigen Millimetern traten keine Banden auf. Eine wesentliche Intensitätssteigerung wurde dadurch erreicht, daß das ganze negative Glimmlicht durch Umgeben der Außenseiten der Hohlkathode und der Kühlrohren mit Röhren aus Pyrexglas in den Hohlraum gezwungen wurde. Durch diese Bekleidung wurden auch die störenden Punktentladungen vermieden, die bei dem ersten Rohr, besonders bei hoher Belastung, verursachen konnte, daß die ganze Entladung in der Form eines Lichtbogens nach der Außenseite der Hohlkathode ging; diese unerwünschten Bogen setzten natürlich der Belastung Grenzen. Fig. 1 zeigt die letzte Modifikation. Die Kathode ist aus Kupfer verfertigt und besteht aus zwei Halbzylindern mit den ebenen (senkrechten) Flächen gegeneinander. Die Dimensionen des Hohlraumes sind  $0,2 \times 1,5 \times 8 \text{ cm}^3$ . Die Spitze der Anode war aus Wolfram. Sowohl die Kathode als auch die Anode wurden stark gekühlt. Mit diesem Rohr ist es möglich gewesen, die Banden in 10 Stunden in zweiter Ordnung ( $1 \text{ Å/mm}$ ) des großen Gitters des Instituts gut zu photographieren. Das Rohr wurde dabei mit einem Gleichstromumformer von 2000 Volt Klemmspannung betrieben. Die Stromstärke war 0,8 Amp. Ein in Serie geschalteter Widerstand von 800 Ohm verhinderte die Bogenentladung.

Das Bromwasserstoffgas wurde sowohl durch Wasserentziehung von 25%iger Bromwasserstoffsäure (Merck Präparat) mittels Phosphorpentoxyd (Merck) als auch durch Eintropfen von Brom (Merck) in eine Mischung

---

<sup>1)</sup> R. Frerichs, ZS. f. Phys. **35**, 683, 1926.

von Wasser und rotem Phosphor (gewöhnliches Handelspräparat) hergestellt. Bei Verwendung der letzteren Methode wurde das Gas über eine Schicht roten Phosphors geleitet, um mitgerissene Bromdämpfe zu eliminieren. Als Trockenmittel wurde Phosphorpentoxyd verwendet.

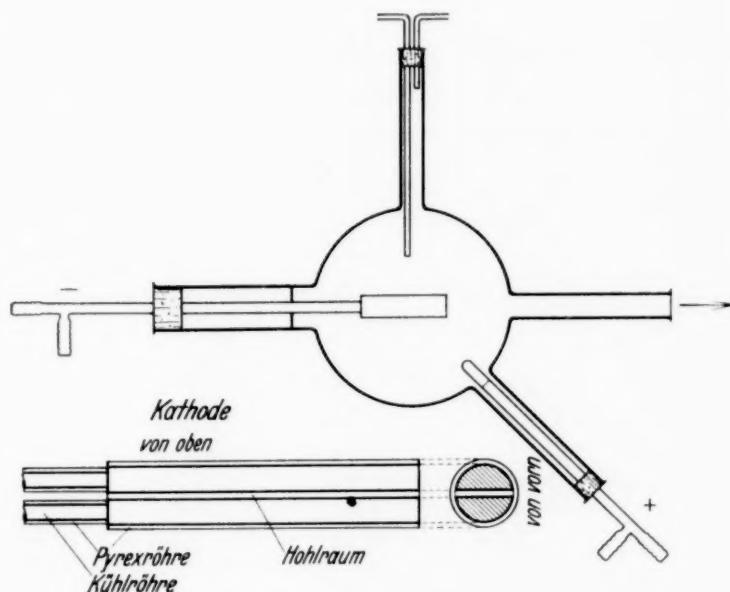


Fig. 1. Entladungsrohr.

*Die Analyse.* Die analysierten Banden sind im Ultravioletten in demselben Gebiet wie die Chlorwasserstoffbanden gelegen, nämlich zwischen 3000 und 4000 Å. Sie zeigen eine auffallende Gleichheit mit den Chlorwasserstoffbanden. Wie diese sind sie sämtlich nach Rot abschattiert und haben keine deutlichen Kanten. Auch können sie in ein  $^2\Sigma - ^2\Pi_g$ -System eingeordnet werden. Bis jetzt sind vier Einzelbanden analysiert worden, die zwei und zwei Dublette sind. Die Dublettenaufspaltung beträgt  $2653 \text{ cm}^{-1}$ , während sie bei den Chlorwasserstoffbanden den erheblich kleineren Wert  $644 \text{ cm}^{-1}$  hat. Mit Ausnahme der Bande  $\lambda 3762 \text{ Å}$  sind in den Banden alle sechs Zweige gefunden. In der erwähnten Bande sind die Zweige  $R_2$  und  $P^P P_{1,2}$  allerdings sehr wenig ausgeprägt.

Von  $\lambda 3800$  aufwärts liegen viele Linien, die sich noch nicht haben einordnen lassen. Kürzere Zweige scheinen hier und da vorhanden zu sein. Auch um  $\lambda 3700$  treten viele kurze und recht intensive Zweige auf, die alle aus Dubletten von gleich starken Komponenten bestehen und eine gewisse Ähnlichkeit mit den vier analysierten Banden aufweisen. Das von Weizel, Wolff und Binkele beobachtete kontinuierliche Spektrum tritt auch im Hintergrund auf und hat im übrigen natürlich einen ungünstigen Einfluß auf die Messungen. Die gemessenen Banden sind besonders rein von Atom-

linien, nur ein paar starke Kupferlinien wirken störend. Ein Isotopieeffekt ist nicht mit Sicherheit festgestellt worden.

In den Tabellen, in denen Messungen und Kombinationsdifferenzen enthalten sind, sind überall Mullikens Bezeichnungen verwendet worden.

Tabelle 1.  $\lambda 3272$ ,  $v_0 = 30556$ .  
 $^2\Sigma \rightarrow ^2\Pi_{3/2}$ . ( $v' = 1$ .)

$J$	${}^R R_{21}$	$R_1$	${}^R Q_{21}$	$Q_1$	${}^Q P_{21}$	$P_1$
$1/2$	—	—	—	—	—	—
$3/2$	30 606,07	30 578,82	30 573,57	30 555,21	30 552,21	30 543,08
$5/2$	610,15	573,57	566,46	538,96	<sup>1)</sup>	515,74
$7/2$	609,59	563,85	554,64	518,25	511,07	483,46
$9/2$	603,99	549,37	538,28	492,80	483,46	446,92
$11/2$	593,86	530,07	517,07	462,58	451,27	405,62
$13/2$	578,82	506,40	491,10	427,51	414,28	359,70
$15/2$	558,89	477,83	460,62	387,99	372,76	309,20
$17/2$		443,72	425,07	343,74	326,41	254,01
$19/2$		405,62	384,89	294,78	275,48	194,28
$21/2$		363,03	339,80	241,06	219,85	129,90
$23/2$		315,13	289,98	182,68	159,42	60,87
$25/2$		262,31	235,28	119,46	94,24	29 987,21
$27/2$			175,70	51,55	24,37	908,91
$29/2$			111,06	29 978,71	29 949,54	29 825,90
$31/2$						738,06

Tabelle 2.  $\lambda 3582$ ,  $v_0 = 27903$ .  
 $^2\Sigma \rightarrow ^2\Pi_{1/2}$ . ( $v' = 1$ .)

$J$	$R_2$	${}^Q R_{12}$	$Q_2$	${}^P Q_{12}$	$P_2$	${}^P P_{12}$
$1/2$	27 928,69	27 912,64	27 909,54	27 898,35	—	—
$3/2$	936,47	913,15	980,03	885,75	27 882,53	27 850,89
$5/2$	939,22	908,85	901,69	868,09	862,97	819,57
$7/2$	937,21	899,80	890,58	845,87	838,72	783,42
$9/2$	930,26	885,75	874,67	818,90	809,71	742,59
$11/2$	918,45	867,20	853,94	787,09	775,90	697,05
$13/2$	901,69	843,66	828,42	750,60	737,39	646,74
$15/2$	880,26	815,31	798,07	709,32	694,03	591,75
$17/2$		782,08	762,82	663,13	645,92	531,92
$19/2$		743,91	722,67	612,31	593,03	467,68
$21/2$		700,83	677,59	556,63	535,39	398,27
$23/2$		652,80	627,63	496,11	472,91	405,63
$25/2$		599,88	572,68	430,79	333,55	256,51
$27/2$		541,84	512,73	360,57	174,74	
$29/2$			447,92	285,57		
$31/2$			377,96			

<sup>1)</sup> Durch die starke Cu-Linie  $\lambda 3274$  überlagert.

Tabelle 3.  $\lambda 3421$ ,  $v_0 = 29227$ .  
 $^2\Sigma \rightarrow ^2\Pi_{3/2}$ . ( $v' = 0$ .)

$J$	$R^R R_{21}$	$R_1$	$R Q_{21}$	$Q_1$	$Q P_{21}$	$P_1$
$1/2$	—	—	—	—	—	—
$3/2$	29 280,43	29 252,02	29 246,39	29 227,35	29 224,27	29 214,52
$5/2$	286,61	248,09	240,82	212,15	206,76	187,61
$7/2$	288,21	240,82	231,12	192,69	185,38	156,59
$9/2$	285,55	228,58	217,03	169,16	159,71	121,47
$11/2$	278,62	212,15	198,74	141,48	129,96	82,20
$13/2$	267,77	191,90	176,27	109,62	96,01	38,79
$15/2$		167,30	149,56	73,55	57,79	28 991,28
$17/2$		138,42	118,56	33,34	15,50	939,62
$19/2$		105,21	83,33	28 988,89	28 968,98	883,87
$21/2$		67,65	43,70	940,25	918,24	824,11
$23/2$		25,83	28 999,81	887,35	863,32	760,02
$25/2$	28 979,60		951,48	830,17	804,11	691,85
$27/2$		929,07	898,81	768,75	740,72	619,64
$29/2$		873,82	841,72	702,96	672,91	543,10
$31/2$		814,29	780,16	632,90	600,73	462,49
$33/2$		750,31	713,97	558,66	524,44	378,03
$35/2$		681,84	643,63	480,53		288,80
$37/2$			568,54			
$39/2$			488,76			

Tabelle 4.  $\lambda 3762$ ,  $v_0 = 26574$ .  
 $^2\Sigma \rightarrow ^2\Pi_{1/2}$ . ( $v' = 0$ .)

$J$	$R_2$	$Q R_{12}$	$Q_2$	$P^P Q_{12}$	$P_2$	$P^P P_{12}$
$1/2$		26 584,59	26 581,43	26 569,75	—	
$3/2$		586,07	580,87	557,61	26 554,29	
$5/2$		583,34	576,30	541,13	535,70	
$7/2$		576,30	566,87	520,34	513,02	
$9/2$		564,92	553,36	495,33	485,95	
$11/2$		549,22	535,70	466,07	454,58	
$13/2$		529,21	513,02	432,59	418,98	
$15/2$		504,86	487,10	394,81	379,10	
$17/2$		476,10	456,22	352,72	334,92	
$19/2$		442,97	421,03	306,38	286,51	
$21/2$		405,43	381,44	255,79	233,78	
$23/2$		363,48	337,40	200,43	176,78	
$25/2$		316,97	288,93	141,36	115,42	
$27/2$		266,07	235,91	77,79	49,74	
$29/2$		210,63	178,38			
$31/2$		150,57	116,43			
			50,42			

Betreffs des Zusammenhanges zwischen diesen und den von Kulp verwendeten wird auf Zusammenstellungen von Weizel in Handbuch der Experimentalphysik verwiesen. Hier sollen nur die mit Mullikens Be-

zeichnungen geltenden Beziehungen zwischen den Wellenzahlen und den Termwerten für ein vollständiges  $^2\Sigma - ^2\Pi$ -System mitgeteilt werden. Sie sind:

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = T'_2(J+1) - T''_{2d}(J) \\ {}^R Q_{12} = T'_1(J+1) - T''_{2c}(J) \\ Q_2 = T'_2(J) - T''_{2c}(J) \\ {}^P Q_{12} = T'(J) - T''_{2d}(J) \\ P_2 = T'_2(J-1) - T''_{2d}(J) \\ {}^PP_{12} = T'_1(J-1) - T''_{2c}(J) \end{array} \right\} \Sigma \quad \left. \begin{array}{l} {}^RR_{21}(J) = T'_2(J+1) - T''_{1c}(J) \\ R_1(J) = T'_1(J+1) - T''_{1d}(J) \\ {}^RQ_{21}(J) = T'_2(J) - T''_{1d}(J) \\ Q_1(J) = T'_1(J) - T''_{1c}(J) \\ {}^PQ_{21}(J) = T'_2(J-1) - T''_{1c}(J) \\ P_1(J) = T'_1(J-1) - T''_{1d}(J) \end{array} \right\} \Pi \right.$$

Aus diesem Schema erhaltene Kombinationsdifferenzen sind in den Tabellen 5 und 6 aufgeführt. Sie zeigen unter anderem, daß zwei verschiedene Anfangszustände (mit verschiedenen Kernschwingungszahlen) vorhanden sind, im folgenden mit  $v' = 0$  und  $v' = 1$  vorläufig bezeichnet;  $v' = 0$  soll der langwelligen Bande entsprechen. Der Endzustand dagegen ist gemeinsam.

Die Kopplungskonstante  $A$  ist  $2683,7 \text{ cm}^{-1}$ , und der Wert von  $A/B$  wird daher relativ groß (betrifft der  $B$ -Werte siehe unten). Man kann also erwarten, daß der  $^2\Pi$ -Term Hunds Fall a relativ nahe liegt.

Die Spinaufspaltung  $\Delta v_{12} = T'_1(K + \frac{1}{2}) - T'_2(K + \frac{1}{2})$  in  $^2\Sigma$  kann direkt aus den Tabellen 5 und 6 erhalten werden. Die Fig. 2, die eine graphische Darstellung der Aufspaltung ist, zeigt, daß sie für

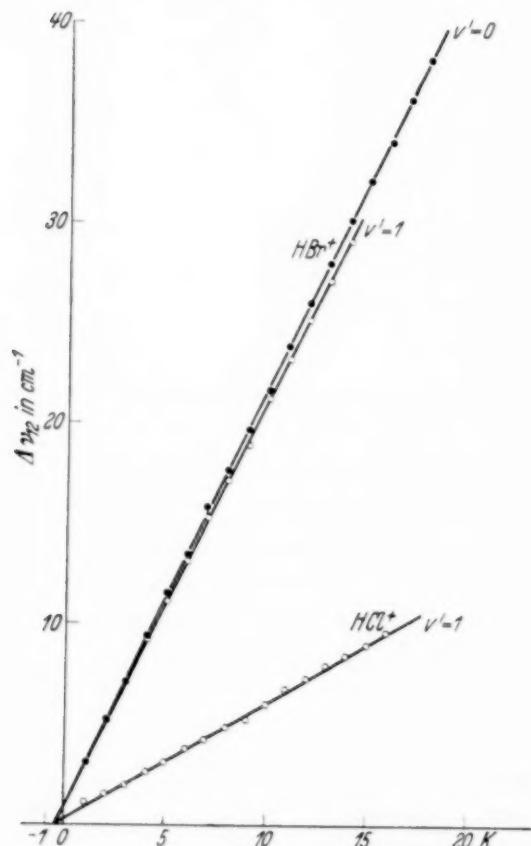


Fig. 2. Die Spinaufspaltung in  $^2\Sigma$ .

die zugänglichen Rotationszahlen mit diesen linear variiert. Man kann also schreiben:

$$T'_1(K + \frac{1}{2}) - T'_2(K + \frac{1}{2}) = \gamma(K + \frac{1}{2}).$$

Es ergibt sich:

$$\gamma_{v'=0} = 2,08 \text{ cm}^{-1},$$

$$\gamma_{v'=1} = 2,01 \text{ cm}^{-1}.$$

Auch die  $\Delta$ -Aufspaltung in dem  $^2\Pi$ -Term kann aus den Tabellen berechnet werden. Sie wird gemessen durch die Differenzen  $\Delta r_{1dc} = [T''_{1d}(J+1) - T''_{1c}(J)] - [T''_{1c}(J+1) - T''_{1d}(J)]$  für den unteren und  $\Delta r_{2dc} = [T''_{2d}(J+1) - T''_{2c}(J)] - [T''_{2c}(J+1) - T''_{2d}(J)]$  für den oberen Term. In  $^2\Pi_{3/2}$  ist sie kaum bemerkbar — die Tabellenwerte zeigen nur eine schwache Tendenz zur Differenzierung für höhere  $J$ -Werte. Der Verlauf dieser Aufspaltung ist aus Mittelwerten berechnet und in Fig. 3 graphisch dargestellt.

In  $^2\Pi_{1/2}$  dagegen ist die Aufspaltung sehr groß. Fig. 3 stellt sie für diesen Fall dar. Wird sie gleich  $2p(J + \frac{1}{2}) + \text{const}$  gesetzt, so bekommt  $p$  den Wert:

$$p = 2,03 \text{ cm}^{-1}.$$

Es liegt so hier (wie bei  $\text{HCl}^+$ ) ein Fall vor, wo  $\gamma \approx p$  ist (eine Bedingung „pure Precession“ nach van Vleck).

In den Figuren sind auch ein paar Kurven nach Kulps Messungen von  $\text{HCl}^+$  eingezeichnet, um eine qualitative Vergleichung zu ermöglichen.

Eine weitere Vergleichung dieser beiden Moleküle kann erst gemacht werden, nachdem die Kernschwingungszahlen der Banden festgestellt worden sind. Die Intensität der Banden spricht natürlich dafür, daß sie  $(0, 0)$ - und  $(1, 0)$ -Banden darstellen, ist aber nicht entscheidend. Aber es scheint möglich zu sein, durch Untersuchung von Bromdeuterium Auskunft zu erhalten, und Aufnahmen davon sind daher geplant. Es dürfte auch möglich sein, in höheren Ordnungen die Isotopieeffekte wahrzunehmen und dadurch den Ursprung des Spektrums sicherer festzustellen.

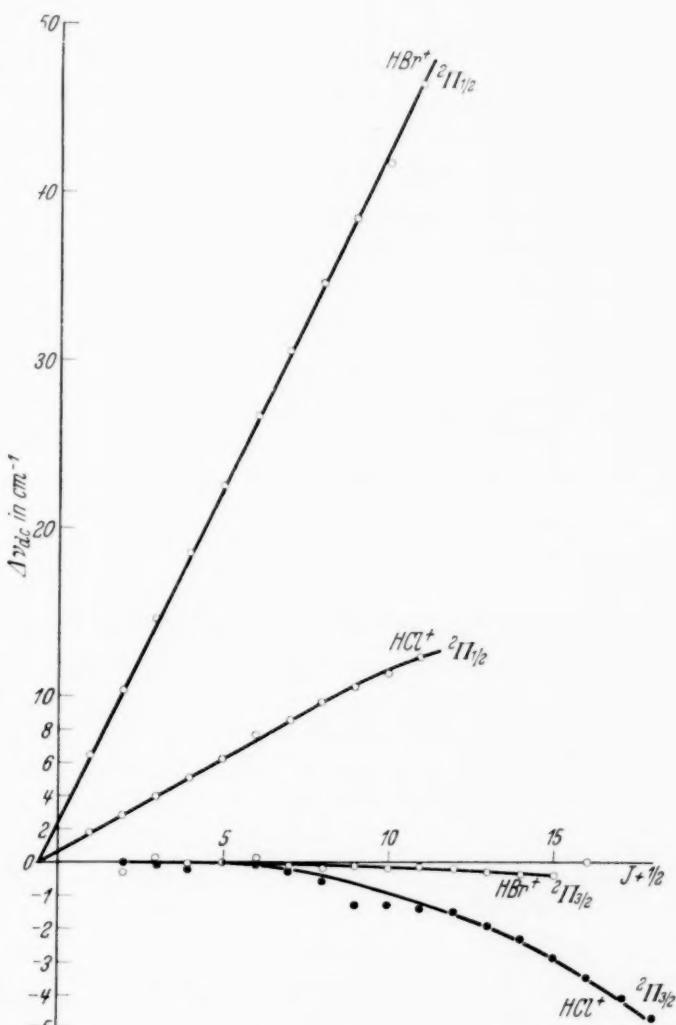


Fig. 3. Die  $\Delta$ -Aufspaltung in  $^2\Pi$ .

Tabellae  $\rightarrow^2 \Pi$ 

$J$	$T'_1(K + \frac{1}{2}) - T'_2(K - \frac{1}{2})$		$T'_2(K + \frac{1}{2}) - T'_1(K - \frac{1}{2})$		$T''_{1c}(J+1) - T''_{1d}(J)$		$T''_{2d}(J)$
	$R_1(J)$	${}^Q R_{12}(J)$	${}^{RR} R_{21}(J)$	$R_2(J)$	$R_1(J)$	${}^R Q_{21}(J)$	${}^R R_{21}(J)$
	$- {}^R Q_{21}(J)$	$- Q_2(J)$	$- Q_1(J)$	$- {}^P Q_{12}(J)$	$- Q_1(J+1)$	$- {}^Q P_{21}(J)$	${}^Q Q_{12}(J)$
$\frac{1}{2}$	—	3,10	—	30,34	—	—	26,8
$\frac{3}{2}$	5,25	5,12	50,86	50,72	39,86	—	45,0
$\frac{5}{2}$	7,11	7,16	71,19	71,13	55,32	55,39	62,9
$\frac{7}{2}$	9,21	9,22	91,34	91,34	71,05	71,18	80,9
$\frac{9}{2}$	11,09	11,08	111,19	111,36	86,79	87,04	98,6
$\frac{11}{2}$	13,00	13,26	131,28	131,36	102,56	102,79	116,6
$\frac{13}{2}$	15,30	15,24	151,31	151,09	118,41	118,34	134,3
$\frac{15}{2}$	17,21	17,24	170,90	170,94	134,09	134,21	152,1
$\frac{17}{2}$	18,65	19,26	—	—	148,94	149,59	169,7
$\frac{19}{2}$	20,73	21,24	—	—	164,56	165,00	187,2
$\frac{21}{2}$	23,23	23,24	—	—	180,35	180,38	204,7
$\frac{23}{2}$	25,15	25,17	—	—	195,67	195,74	222,0
$\frac{25}{2}$	27,03	27,20	—	—	210,76	210,91	239,3
$\frac{27}{2}$	—	29,11	—	—	226,16	256,2	—

Tabellae  $\rightarrow^2 \Pi$ 

$J$	$T'_1(K + \frac{1}{2}) - T'_2(K + \frac{1}{2})$		$T'_2(K + \frac{1}{2}) - T'_1(K - \frac{1}{2})$		$T''_{1c}(J+1) - T''_{1d}(J)$		$T''_{2d}(J)$
	$R_1(J)$	${}^Q R_{12}(J)$	${}^{RR} R_{21}(J)$	$R_2(J)$	$R_1(J)$	${}^R Q_{21}(J)$	${}^R R_{21}(J)$
	$- {}^R Q_{21}(J)$	$- Q_2(J)$	$- Q_1(J)$	$- {}^P Q_{12}(J)$	$- Q_1(J+1)$	$- {}^Q P_{21}(J)$	${}^Q Q_{12}(J)$
$\frac{1}{2}$	—	3,16	—	—	—	—	26,9
$\frac{3}{2}$	5,63	5,20	53,08	—	39,87	39,63	44,9
$\frac{5}{2}$	7,27	7,04	74,46	—	55,40	55,44	63,0
$\frac{7}{2}$	9,70	9,43	95,52	—	71,66	71,41	80,9
$\frac{9}{2}$	11,55	11,56	116,39	—	87,10	87,07	98,8
$\frac{11}{2}$	13,41	13,52	137,14	—	102,53	102,73	116,6
$\frac{13}{2}$	15,63	16,19	158,15	—	118,35	118,48	134,4
$\frac{15}{2}$	17,74	17,76	—	—	133,96	134,06	152,1
$\frac{17}{2}$	19,86	19,88	—	—	149,53	149,58	169,7
$\frac{19}{2}$	21,88	21,94	—	—	164,96	165,09	187,1
$\frac{21}{2}$	23,95	23,99	—	—	180,30	180,38	205,0
$\frac{23}{2}$	26,02	26,08	—	—	195,66	195,70	222,1
$\frac{25}{2}$	28,12	28,04	—	—	210,85	210,76	239,1
$\frac{27}{2}$	30,26	30,16	—	—	226,11	225,90	—
$\frac{29}{2}$	32,10	32,25	—	—	240,92	240,99	—
$\frac{31}{2}$	34,13	34,14	—	—	255,63	255,72	—
$\frac{33}{2}$	36,34	—	—	—	269,78	—	—
$\frac{35}{2}$	38,21	—	—	—	—	—	—

Tabelle → II. ( $v' = 1.$ )

$T''_{1d}(J)$	$T''_{2d}(J+1) - T''_{2c}(J)$	$T''_{1d}(J+1) - T''_{1c}(J)$		$T_{2c}(J+1) - T''_{2d}(J)$	
${}^RQ_{21}(J)$	$Q_2(J)$	${}^{RR}R_{21}(J)$	$Q_1(J)$	$R_2(J)$	${}^PQ_{12}(J)$
$P_{21}(J)$	$-P_2(J+1)$	$-{}^RQ_{21}(J+1)$	$-P_1(J+1)$	$-Q_2(J+1)$	$-{}^PPP_{12}(J+1)$
—	26,89	27,01	—	20,66	—
39,63	45,06	45,06	39,61	34,78	34,86
55,44	62,98	62,97	55,51	48,64	48,52
71,41	80,90	80,87	71,31	62,54	62,45
87,04	98,66	98,77	86,92	76,32	76,31
102,79	116,60	116,55	102,76	90,03	90,04
118,34	134,34	134,39	118,20	103,62	103,86
134,21	152,18	152,15	133,82	117,44	117,57
149,59	169,77	169,79	149,46		131,21
165,00	187,28	187,28	164,88		144,63
180,38	204,72	204,68	180,19		158,36
195,74	222,01	222,00	195,47		
210,91	239,31	239,13	210,55		
226,16	256,27	256,22	225,65		
		283,18	240,65		

 Tabelle → II. ( $v' = 0.$ )

$T''_{1d}(J)$	$T''_{2d}(J+1) - T''_{2c}(J)$	$T''_{1d}(J+1) - T''_{1c}(J)$		$T_{2c}(J+1) - T''_{2d}(J)$	
${}^RQ_{21}(J)$	$Q_2(J)$	${}^{RR}R_{21}(J)$	$Q_1(J)$	$R_2(J)$	${}^PQ_{12}(J)$
$P_{21}(J)$	$-P_2(J+1)$	$-{}^RQ_{21}(J+1)$	$-P_1(J+1)$	$-Q_2(J+1)$	$-{}^PPP_{12}(J+1)$
—	26,98	27,04	—	—	
39,63	44,94	45,17	39,61	39,74	
55,44	63,00	63,28	55,49	55,56	
71,41	80,97	80,92	71,18	71,22	
87,07	98,85	98,78	86,81	86,96	
102,73	116,63	116,72	102,35	102,69	
118,48	134,40	133,92	118,21	118,34	
134,06	152,14	152,18		133,93	
149,58	169,72	169,71		149,47	
165,09	187,18	187,25		164,78	
180,38	205,00	204,66		180,23	
195,70	222,12	221,98		195,50	
210,76	239,18	239,19		210,53	
225,90				225,65	
240,99				240,47	
255,72				254,87	
				269,86	

*Molekülkonstanten.* Auf gewöhnliche Weise berechnete  $B$ -Werte sind in der Tabelle 7 aufgeführt. Diese enthält auch die aus den  $B$ -Werten errechneten Werte der Trägheitsmomente und Kernabstände für die verschiedenen Zustände.

Tabelle 7.

	$\Sigma (v' = 0)$	$\Sigma (v' = 1)$	$H_{1/2}$	$H_{3/2}$
$B$ (cm $^{-1}$ )	5,85	5,60	7,98	7,93
$I$ (g cm $^2$ )	$4,72 \cdot 10^{-40}$	$4,94 \cdot 10^{-40}$	$3,47 \cdot 10^{-40}$	$3,49 \cdot 10^{-40}$
$r$ (cm)	$1,70 \cdot 10^{-8}$	$1,74 \cdot 10^{-8}$	$1,45 \cdot 10^{-8}$	$1,46 \cdot 10^{-8}$

Der Chef des hiesigen Instituts, Herr Prof. Erik Hulthén, hat diese Untersuchung angeregt und kräftig gefördert. Für seine reichliche Hilfe und sein stets liebenswürdiges Entgegenkommen danke ich herzlichst. Herrn Dozent Dr. phil. R. Rydberg sowie Herrn phil. lic. Erik Svensson bin ich ebenfalls zu vielem Dank verpflichtet für wertvolle Ratschläge bei der experimentellen Arbeit bzw. der Analyse.

Stockholm, Physikalisches Institut der Universität, März 1935.

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.)

## **Das elektrisch erregte Phosphoreszenzleuchten dünner Schichten von $\text{Al}_2\text{O}_3$ in Abhängigkeit von Fremdstoffzusätzen.**

Von **Hans Betz** in Dresden.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 17. April 1935.)

Auf Al läßt sich durch elektrolytische Formierung eine äußerst homogene und dünne Oxydschicht erzeugen. Der bei Feldstärken von der Größenordnung  $10^7$  Volt/cm durch sie hindurchfließende Elektronenstrom regt diese Schicht zum Phosphoreszenzleuchten an. — Es wird untersucht, wie sich die Helligkeit dieses Leuchtens ändert, wenn die Oxydschicht auf Al erzeugt wird, das mit den Metallen Cr, Cu, Fe, Mg, Mn, Ni, Si, Ti und Zn legiert ist, so daß diese Metalle in die Oxydschicht übergehen und dort unter Umständen Phosphoreszenzzentren zu bilden vermögen. — Der Zusatz von Cr, Cu, Fe oder Mg übt keinen wesentlichen Einfluß auf die Helligkeit des Leuchtens aus. Der Zusatz von Zn scheint, soweit die Versuche hierüber Aufschluß geben, die Helligkeit des Leuchtens zu vermindern. Dagegen erhöht der Zusatz von Mn die Helligkeit des Leuchtens stark. Und zwar steigt die Helligkeit zunächst mit der Größe des Zusatzes stark an und strebt alsbald einem Sättigungswert zu. Dieser übertrifft die Helligkeit des reinen  $\text{Al}_2\text{O}_3$  um so mehr, je niedriger die Formierungsspannung und damit die Dicke der Oxydschicht ist. Bei 18 Volt Formierungsspannung ist die Sättigungshelligkeit das 20fache, bei 75 Volt nur noch das 6fache von der des reinen  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

Das Leuchten optisch erregter Phosphore ist in zahllosen Arbeiten behandelt. Eine außerordentliche Fülle von Material über die Abhängigkeit der Helligkeit der Phosphoreszenz von den zugesetzten Fremdstoffen ist zusammengetragen. Die Untersuchungen über das Leuchten von Phosphoren, die elektrisch dadurch zum Leuchten angeregt werden, daß Elektronen in sie hineingeschossen werden, sind bereits viel weniger zahlreich. Der Mechanismus ist in seinen Grundlagen dem der optisch erregten Phosphore analog, statt durch das einfallende Licht werden hier durch die einfallenden Elektronen Sekundärelektronen aus ihrer Ruhelage entfernt und regen bei der Rückkehr in ihre Ruhelage die Phosphoreszenzzentren zum Leuchten an.

Es ist noch eine andere Methode elektrischer Anregung möglich, die darin besteht, daß die Elektronen gezwungen werden, durch den Phosphor in gleichmäßigen Strom hindurchzuströmen. Da die Phosphore Isolatoren

sind, bedarf es dazu außerordentlicher Feldstärken, wie sie sich im allgemeinen nicht entfernt erreichen lassen. Nur in einem einzigen Falle, bei den durch die elektrolytische Ventilwirkung gebildeten Oxydschichten, ist ein derartiges elektrisches Feld von der Größenordnung  $10^7$  Volt/cm zu erreichen, bei dem die Elektronen die isolierende Oxydschicht mit merklicher Intensität durchströmen. Die sich dabei abspielenden außerordentlich interessanten Vorgänge sind an anderer Stelle behandelt. Es ist gezeigt worden, daß die Elektronen dabei so weit beschleunigt werden, daß sie teils selbst zum Leuchten anzuregen vermögen, teils durch Stoß sekundäre Elektronen zu befreien imstande sind. Es liegen hier also ähnliche Verhältnisse wie bei den elektrisch erregten Phosphoren, wo Elektronen in sie hineingeschossen werden, vor. Der grundsätzliche Unterschied besteht jedoch darin, daß hier die Elektronen erst im Innern der Oxydschicht, also des Phosphors, beschleunigt werden.

In einer früheren Untersuchung haben Güntherschulze und Betz<sup>1)</sup> das bei der Formierung eines Ventilmalles auftretende Leuchten behandelt. Diese Versuche hatten ergeben, daß bei Aluminium, das in der Regel bei den Versuchen als Ventilmetall verwendet wurde, die Helligkeit des Leuchtens bei Beginn der Formierung mit einem Exponenten von rd. 7 der Formierungsspannung ansteigt und mit einem Exponenten unter 1 endigt. Außerdem ergaben diese Untersuchungen, daß der Helligkeitsverlauf des Leuchtens mit dem der reinen schwarzen Strahlung qualitativ gut übereinstimmt. In der Veröffentlichung wurde noch darauf hingewiesen, daß die Helligkeit in starkem Maße von den Zusätzen zum Ventilmal abhängig ist. Eingehende Versuche hierüber wurden nicht gemacht, sondern solche einer neuen Untersuchung vorbehalten, deren Ergebnis in vorliegender Veröffentlichung mitgeteilt wird.

Die bei der Formierung eines Ventilmalles entstehende Oxydschicht, der Träger des in der vorliegenden Arbeit untersuchten Leuchtens, ist schon in mehreren früheren Untersuchungen<sup>2)</sup> eingehend behandelt worden. Es erübrigt sich daher, auf nähere Einzelheiten derselben einzugehen. Für die Beurteilung der nachfolgend beschriebenen Versuche sei lediglich auf eine schon in der von Güntherschulze und Betz veröffentlichten Arbeit über das Leuchten der Ventilschichten vertretene Annahme hingewiesen. Nach dieser wird das Leuchten nicht im wesentlichen durch das Oxyd

<sup>1)</sup> A. Güntherschulze u. Hans Betz, ZS. f. Phys. **74**, 681, 1932. —

<sup>2)</sup> A. Güntherschulze u. Hans Betz, ebenda **68**, 145, 1931; **71**, 106, 1931; **73**, 580, 1932; **73**, 586, 1932; **91**, 70, 1934; **92**, 367, 1934; ZS. f. Elektrochem. **37**, 726, 1931.

des Ventilmalles, bei Aluminium  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , hervorgerufen, sondern die im Oxyd des Ventilmalles befindlichen Fremdkörper, und zwar teils Verunreinigungen, teils zum Ventilmall zugesetzte Fremdstoffe, werden als Ursache hierfür angesehen. Hierbei wird angenommen, daß das Oxyd des Ventilmalles in der gleichen Weise mit den Oxyden der Verunreinigungen oder Zusätzen versetzt ist, wie das Ventilmall mit dem Metall der Verunreinigungen oder Zusätzen.

Die Untersuchungen wurden mit verschiedenartig legierten Aluminiumblechen ausgeführt, die von dem Lautawerk der Vereinigten Aluminiumwerke in freundlicher Weise zur Verfügung gestellt wurden. Das Grundmetall der Bleche war Reinaluminium. Nach einer Angabe der Herstellerfirma enthielt es an Verunreinigungen 0,05 % Si und 0,05 % Fe.

Die Legierungs metalle waren Cr, Cu, Fe, Mg, Mn, Ni, Si, Ti und Zn. Die Versuche hatten das doppelte Ziel, erstens festzustellen, welcher von diesen Zusätzen das hellste Leuchten ergab, und zweitens, wie die Helligkeit des Leuchtens von der Größe dieses besten Zusatzes abhängt. Die Versuche wurden wie folgt ausgeführt: Von den einzelnen legierten Aluminiumblechen wurde die Helligkeitskurve des bei der Formierung auftretenden Leuchtens in Abhängigkeit von der Formierungsspannung bei konstanter Stromdichte aufgenommen. Diese wurden dann auf die Helligkeitskurve eines Reinaluminiumbleches als Vergleich bezogen. Für die Messungen wurden die angelieferten Bleche, die eine Oberfläche von etwa 90 qcm hatten, in kleinere Bleche von etwa 8 qcm zerschnitten. Diese wurden hiernach sehr sorgfältig gereinigt und poliert. Zur Begrenzung einer genau bekannten Oberfläche sowie zum Schutze gegen Störungen wurde 0,5 bis 1 qcm der einzelnen Bleche in verdünnter Boraxlösung bis etwa 400 Volt vorformiert. Als Elektrolyt für die Versuche selbst wurde 0,5 äq. n-Zitronensäure verwendet. Die Formierungstemperatur betrug 4 bis 6° C. Die Formierungsstromdichte war 2 mA pro qcm wirksamer Oberfläche.

Das Verfahren und die Anordnung des Photometrierens des Leuchtens ist in der eingangs der Arbeit zitierten Veröffentlichung genau beschrieben, so daß an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht.

#### *Meßergebnisse.*

In den nachfolgenden Abbildungen der Helligkeitskurven sind der Übersichtlichkeit wegen die Meßpunkte der einzelnen Kurven nicht eingetragen. Jede einzelne Kurve wurde aus 16 bis 20 Meßpunkten gebildet.

Die Streuung der einzelnen Meßpunkte war zum Teil recht beträchtlich. So betrug sie bei der Helligkeitskurve des mit 3% Kupfer legierten Aluminiumbleches im Mittel  $\pm 21\%$ . Diese relativ hohe Streuung ist einerseits auf die Schwierigkeit des Photometrierens derart kleiner Helligkeiten, andererseits wohl auch auf einen Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die Helligkeit zurückzuführen. Letzteres ist wahrscheinlich auch die Ursache dafür, daß z. B. bei der Verwendung bereits schon einmal formierter Bleche teilweise stark abweichende Werte gemessen wurden. Die in den nachfolgenden Tabellen angeführten Werte sind den jeweiligen Kurven entnommen.

Wie schon eingangs der Arbeit erwähnt ist, sind die Helligkeitskurven der einzelnen Legierungen auf die Helligkeitskurve des Reinaluminiums bezogen. Es ist daher in den einzelnen Abbildungen die Helligkeitskurve des Reinaluminiums zum Vergleich eingezeichnet. Ebenso sind auch in den entsprechenden Tabellen die Werte der Helligkeitskurve des Reinaluminiums eingetragen.

#### *A. Aluminium mit einem Zusatzmetall.*

Zur Verfügung standen die in Tabelle 1 angeführten Materialien.

Tabelle 1.

Grundmetall	Art und Menge des Zusatzmetalles	Grundmetall	Art und Menge des Zusatzmetalles
Aluminium	0,5 % Cr	Aluminium	1,5 % Mn
"	3 % Cu	"	2 % "
"	1 % Fe	"	3 % "
"	2 % Mg	"	5 % "
"	0,5 % Mn	"	2 % Zn
"	1 % "	"	4 % "

a) *Versuche an den mit Cr, Fe, Cu und Mg legierten Aluminiumblechen.*  
Fig. 1 und Tabelle 2 zeigen das Ergebnis.

Tabelle 2.

Material	Flächenhelle $J \cdot 10^{-5}$ Lux bei einer Formierungsspannung von						
	16	25	50	100	150	200	250 Volt
Al rein . . . . .	4	83	1778	8220	14 200	18 840	22 910
Al + 0,5 % Cr . . .	5	110	1023	4900	10 120	13 800	17 180
Al + 3 % Cu . . .	—	108	2360	9120	13 030	14 500	14 960
Al + 1 % Fe . . .	5	98	1288	5435	8 710	11 220	13 340
Al + 2 % Mg . . .	12	156	2511	8915	13 270	16 410	18 750

Wie die Abbildung zeigt, liegen die einzelnen Kurven zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Helligkeitskurve des Reinaluminiums. Ein wesentlicher Einfluß des Zusatzmetall's läßt sich nicht feststellen. Die teilweise hoch erscheinenden Abweichungen vom Reinaluminium sind wohl auf die schon vorstehend erwähnten Meßschwierigkeiten zurückzuführen.

b) Versuche an mit Zn legierten Aluminiumblechen. In Fig. 2 und Tabelle 3 ist das Ergebnis dargestellt.

Wie das Ergebnis zeigt, liegen die Helligkeitskurven der mit 2 und 4% Zink legierten Aluminiumbleche über den gesamten Formierungsbereich hin unterhalb der Helligkeitskurve des Reinaluminiums. Die Helligkeitskurve des am stärksten mit Zink versetzten Aluminiums liegt bis gegen Ende der Formierung am niedrigsten. Man hat deutlich den Eindruck, als ob der

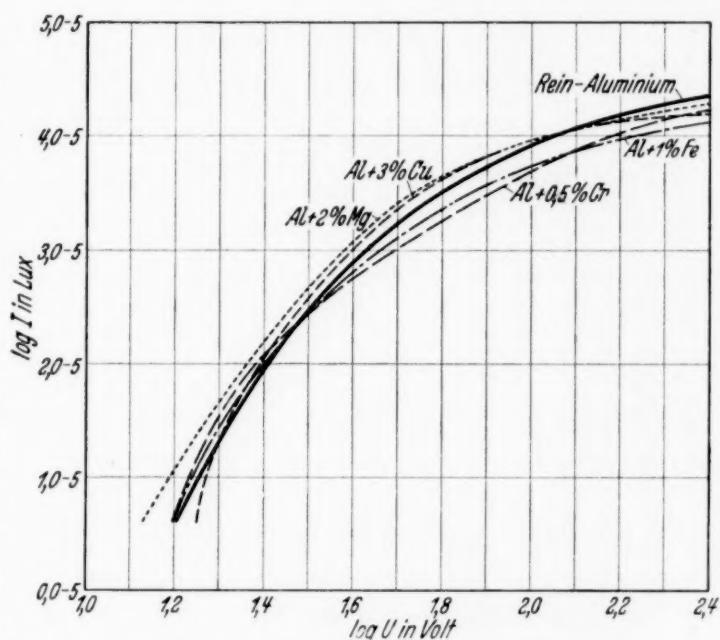


Fig. 1. Flächenhelle  $J$  verschieden legierter Al-Ventilanoden in Abhängigkeit von der Formierungsspannung.

Tabelle 3.

Material	Flächenhelle $J \cdot 10^{-5}$ Lux bei einer Formierungsspannung von						
	16	25	50	100	150	200	250 Volt
Al rein . . . . .	4	83	1778	8220	14 200	18 840	22 910
Al + 2 % Zn . . . .	—	74	851	5015	9 660	12 450	14 290
Al + 4 % Zn . . . .	—	44	803	4120	8 815	13 960	19 050

Tabelle 4.

Material	Flächenhelle $J \cdot 10^{-5}$ Lux bei einer Formierungsspannung von				
	16	25	50	75	100 Volt
Al rein . . . . .	4	83	1 778	4 840	8 220
Al + 0,5 % Mn . . . .	33	436	5 955	18 400	33 880
Al + 1 % Mn . . . .	53	676	9 770	26 600	—
Al + 1,5 % Mn . . . .	66	871	12 450	30 900	—
Al + 2 % Mn . . . .	76	891	10 470	31 270	—

Zusatz von Zink die Helligkeit des Leuchtens vermindert. Die vorliegenden Versuchsergebnisse genügen jedoch nicht, um etwas Eindeutiges darüber aussagen zu können.

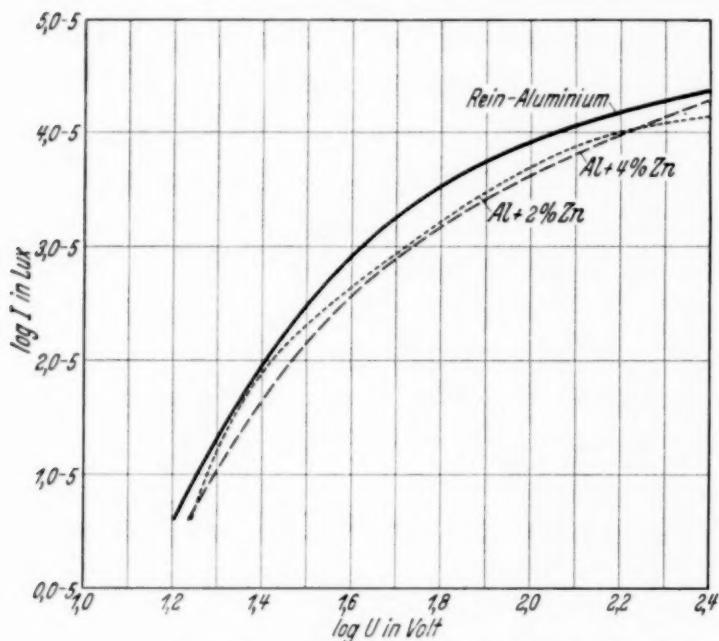


Fig. 2. Flächenhelle  $J$  von mit 2 und 4 % Zn legierten Al-Ventilanoden in Abhängigkeit von der Formierungsspannung.

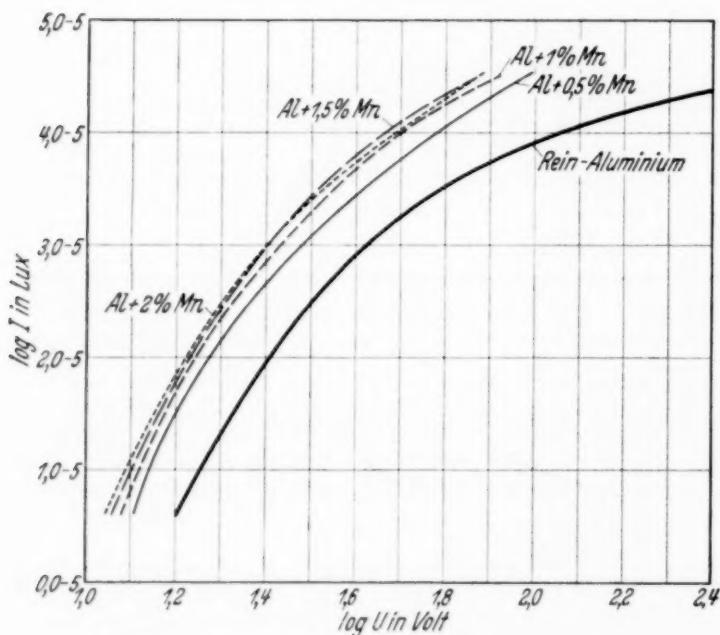


Fig. 3. Flächenhelle  $J$  von verschiedenen stark mit Mn legierten Al-Ventilanoden in Abhängigkeit von der Formierungsspannung.

Ein ganz analoges Verhalten ist bei den Lenard-Phosphoren bekannt. Es scheint, daß sich in beiden Fällen die einzelnen Leuchtvorgänge zu

c) Versuche an mit Mn legierten Aluminiumblechen.  
Die Fig. 3, 4 und 5 und Tabelle 4 zeigen das Ergebnis.

Fig. 3 und Tabelle 4 zeigen, daß die einzelnen Helligkeitskurven der mit verschiedenen starken Mn-Zusätzen legierten Bleche wesentlich höher als die Helligkeitskurve des Rein-aluminiums liegen. D. h., der Zusatz von Mn erhöht wesentlich die Helligkeit des Leuchtens. Aus der Fig. 3 und Tabelle 4 kann man weiterhin erkennen, daß die Helligkeit des Leuchtens von der jeweiligen Größe des Mn-Zusatzes abhängig ist.

In Fig. 4 ist dieser Zusammenhang für eine

Formierungsspannung von 61 Volt dargestellt. Es zeigt sich, daß die Helligkeit des Leuchtens mit dem Mn-Gehalt anfangs stark ansteigt, dann aber sehr bald einer Sättigung zustrebt, die schon zwischen 1 und 2 % Mn-Gehalt erreicht wird.

stören und damit gegenseitig zu schwächen beginnen, sobald sie zu zahlreich werden und sich dadurch gegenseitig zu nahe rücken.

Nun aber nimmt die Helligkeit des Leuchtens nach den mitgeteilten Abbildungen bei einem gegebenen Material mit der Formierungsspannung stark zu. Also ist zu erwarten, daß die Sättigungshelligkeit um so weniger oberhalb der des reinen Aluminiums liegt, bei je höherer Formierungsspannung ihr Verhältnis untersucht wird, mit anderen Worten, es ist anzunehmen, daß die Sättigung um so eher eintritt, je höher die Formierungsspannung ist. Die Versuche bestätigen das durchaus. In Fig. 5 ist der

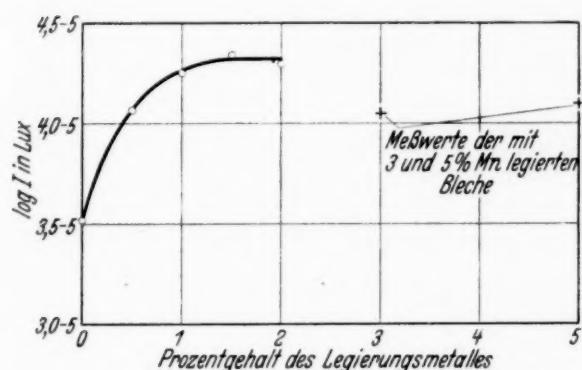


Fig. 4. Flächenhelle  $J$  von verschieden stark mit Mn legierten Al-Ventilanoden bei einer Formierungsspannung von 61 Volt.

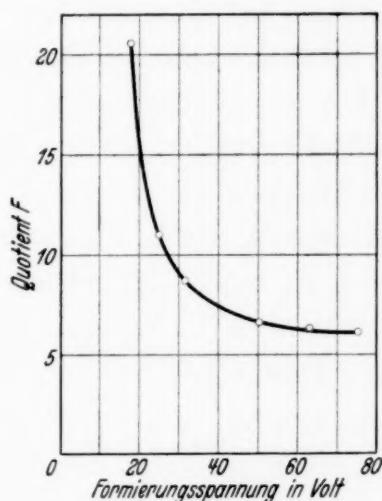


Fig. 5. Quotient  $F$ , Sättigungshelligkeit: Helligkeit des reinen Al, in Abhängigkeit von der Formierungsspannung.

Quotient  $F$ , Sättigungshelligkeit : Helligkeit des reinen Aluminiums, in Abhängigkeit von der Formierungsspannung aufgetragen. Es zeigt sich, daß  $F$  mit steigender Formierungsspannung zunächst sehr rasch abnimmt und schließlich seinen Wert nur noch wenig mit der Formierungsspannung ändert. Ferner ist zu bemerken, daß bei den Lenard-Phosphoren die zur Sättigung führende Größe des aktiven Fremdzusatzes außerordentlich viel geringer ist als bei den hier untersuchten Aluminiumblechen, und außerdem, daß die Sättigungskurve bei den Lenard-Phosphoren, im Gegensatz zur Kurve der legierten Aluminiumbleche, durch den Nullpunkt geht. Die Tatsache, daß die Kurve der mit Mn legierten Aluminiumbleche nicht durch den Nullpunkt geht, ist vielleicht darin begründet, daß bereits das mit Reinaluminium bezeichnete Material während der Formierung leuchtet. Wie schon eingangs der Arbeit erwähnt ist, hat dieses Reinaluminium noch folgende Verunreinigungen: 0,05 % Si und 0,05 % Fe. Wenn man annimmt, daß vollkommen reines Aluminiumoxyd, elektrisch erregt, ebenso

wie bei optischer Erregung, nicht leuchtet, so müßten die bei der Aluminiumherstellung unvermeidlichen schwachen Verunreinigungen die Ursache des während der Formierung von Reinaluminium auftretenden Leuchtens sein. Aus den vorliegenden Versuchsergebnissen lassen sich jedoch hierüber keine näheren Rückschlüsse ziehen.

Für die vorstehend beschriebenen Versuche standen zunächst nur Bleche mit einem Mn-Gehalt bis zu 2% zur Verfügung. Da es von Interesse war, die Versuche auch auf stärker legierte Aluminiumbleche auszudehnen, stellten die Vereinigten Aluminiumwerke eigens Bleche mit einem Zusatz von 3 bzw. 5% Mn dafür her. Die Versuche mit diesen Blechen haben leider kein befriedigendes Resultat ergeben. Die erhaltenen Werte weichen, wie Fig. 4 zeigt, vollkommen von den Meßwerten der übrigen Bleche ab. Die Ursache hierfür ist wahrscheinlich auf eine schlechte Verbindung von Grundmaterial und Zusatzmetall zurückzuführen. Diese Annahme wird insofern bestätigt, als das Leuchten der Bleche sehr ungleichmäßig auftrat, wobei es sich besonders auf einzelne, helleuchtende Punkte konzentrierte. Die Herstellerfirma hatte von Anfang an auf die schwierige Herstellung einer gleichmäßigen Legierung bei derart stark legierten Blechen hingewiesen. Auch dadurch wird die obige Annahme zum Teil bestätigt.

### B) Aluminium mit mehreren Zusatzmetallen.

Zur Verfügung standen die in Tabelle 5 angeführten Materialien.

Tabelle 5.

Bezeichnung	Grundmetall	Art und Menge des Zusatzmetalles									
AW 15 W	Al	0,44%	Si;	0,25%	Fe;	1,41%	Mn;				
Bondur V	Al	0,32%	Si;	0,29%	Fe;	3,97%	Cu;	0,33%	Mn;	0,57%	Mg.
B. S. S.	Al	9%	Mg;	0,5%	Mn.						
Pantal V	Al	0,76%	Si;	0,29%	Fe;	0,02%	Ti;	0,77%	Mn;	0,86%	Mg.

Tabelle 6.

Material	Flächenhelle $J \cdot 10^{-5}$ Lux bei einer Formierungsspannung von						
	16	25	50	100	150	200	250 Volt
Al rein . . . . .	4	83	1 778	8 220	14 200	18 840	22 910
AW 15 W . . . . .	51	543	10 120	—	—	—	—
Bondur . . . . .	—	34	841	3 935	6 840	8 915	10 120
B. S. S. . . . .	19	582	7 245	19 950	27 220	—	—
Pantal V . . . . .	30	331	3 510	15 660	30 540	—	—

Fig. 6 und Tabelle 6 zeigen das Ergebnis der mit den vorstehend angeführten Materialien ausgeführten Versuche.

Wie das Ergebnis zeigt, weichen die Kurven der legierten Bleche erheblich von der des Reinaluminiums ab. Die Helligkeitskurve des mit Bondur V bezeichneten Materials liegt z. B. nicht un wesent lich unterhalb der Helligkeitskurve des Reinaluminiums. Die Kurven der übrigen Materialien dagegen liegen sämtlich oberhalb derselben. Leider läßt es sich nicht feststellen, welches der Zusatzmetalle die Verstärkung bzw. Verminderung der Helligkeit des Leuchttens hervorgerufen hat. Ebenso läßt sich nicht entscheiden, ob der Einfluß auf die Helligkeit von nur einem der zugesetzten Legierungsmetalle oder von mehreren hervorgerufen wurde. Auch bei diesen kompliziert zusammengesetzten Legierungen liegt die Kurve im Mittel bei derjenigen Legierung am höchsten, die am meisten Mn enthält, nämlich AW 15 W mit 1,41 % Mn, während die Legierung mit dem kleinsten Mn-Gehalt Bondur V mit 0,83 % Mn am niedrigsten liegt. Auch hiernach scheint also Mn für  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ein Phosphoreszenzzentrum von ganz besonderer Wirksamkeit zu bilden.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr.-Ing. Güntherschulze für weitgehende Unterstützung herzlichst zu danken. Gleichzeitig möchte ich auch dem Lautawerk der Vereinigten Aluminiumwerke für kostenlose Überlassung der Materialien meinen Dank aussprechen.

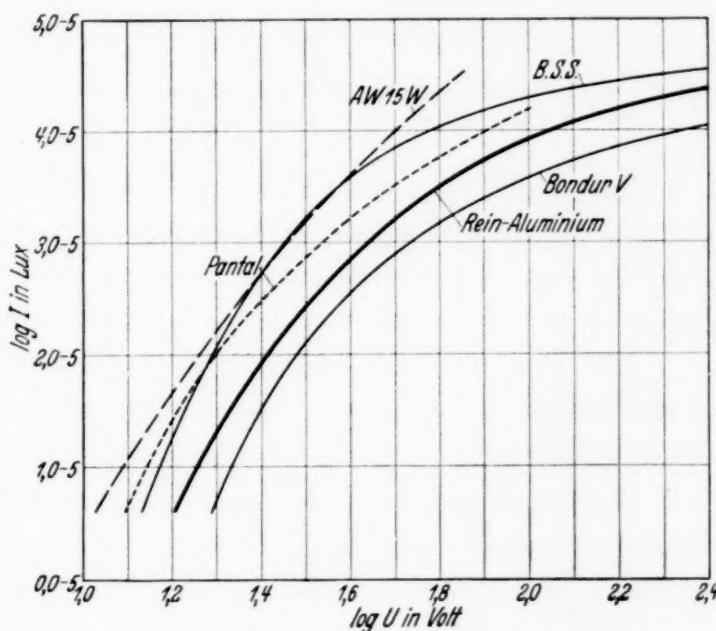


Fig. 6. Flächenhelle  $J$  verschiedener legierter Al-Ventilanoden in Abhängigkeit von der Formierungsspannung.

## Ein neues Verfahren zur Prüfung photographischer Momentverschlüsse.

Von **J. A. M. v. Liempt** und **J. A. de Vriend** in Eindhoven (Holland).

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 24. April 1935.)

Es wird ein neues Verfahren beschrieben zur Prüfung photographischer Momentverschlüsse mittels Photozelle und Kathodenstrahlröhre.

Die Methoden zur genauen Prüfung photographischer Momentverschlüsse sind meistens experimentell schwer ausführbar<sup>1)</sup>. Wir geben hier ein einfaches Verfahren an, das ohne große experimentelle oder rechnerische Schwierigkeiten zu genauen Ergebnissen führt.

Die von uns gebrauchte Apparatur besteht aus einer Hochvakuum-kathodenstrahlröhre<sup>2)</sup> mit dazu gehörendem Netzanschlußgerät, einer Oszillographenkamera und einer photoelektrischen Zelle. Zur Beleuchtung der Photozelle haben wir eine auf Gleichstrom brennende Glühlampe mit Milchglaskolben verwendet, so daß wir eine konstante und diffuse Lichtquelle größerer Dimensionen hatten.

Zwischen Glühlampe und Photozelle war der Verschluß so angeordnet, daß die Photozelle nur von der Glühlampe beleuchtet wurde, wenn der Verschluß teilweise oder ganz geöffnet war, und daß die Beleuchtungsstärke der Photozelle erst beim völlig geöffneten Verschluß ihr Maximum erreichte. Wir benutzten eine Hochvakuumphotozelle mit Cäsiumkathode, der Photostrom dieser Photozelle ist proportional zur Beleuchtungsstärke und unabhängig von der Anodenspannung, falls diese mindestens 80 Volt beträgt. Der Photostrom ist also dieselbe Funktion der Zeit, wie die Beleuchtungsstärke der Zelle oder wie die Öffnung des Verschlusses.

Die Photozelle war mit einer Batterie von 250 Volt und einem Widerstand von  $7 \text{ M}\Omega$  in Serie geschaltet. Der Photostrom erlitt beim Durchgang durch diesen Widerstand einen Potentialabfall von höchstens 150 Volt, so daß die Anodenspannung der Photozelle sich immer auf mindestens 100 Volt belief.

Der Potentialabfall war proportional dem Photostrom, also dieselbe Funktion der Zeit wie die Öffnung des Verschlusses, und wurde den Ablenk-

---

<sup>1)</sup> Für eine Übersicht siehe: Handbuch der wiss. und angew. Photographie, herausgegeben von A. Hay, Bd. II, S. 498ff. — <sup>2)</sup> Früher haben wir andere Messungen mit einer gasgefüllten Kathodenstrahlröhre ausgeführt, seit uns aber eine Hochvakuumröhre zur Verfügung steht, bevorzugen wir diese wegen der Abwesenheit der Nullpunktanomalien (Rec. trav. chim. **53**, 760, 1934; ZS. f. Phys. **93**, 100, 1934).

platten der Hochvakuumkathodenstrahlröhre zugeführt (für diese Messungen genügt eine Kathodenstrahlröhre mit nur einem Paar Ablenkplatten). Die Ablenkung des Leuchtfleckes auf dem Fluoreszenzschirm ist also in unserer Aufstellung dieselbe Funktion der Zeit wie die Öffnung des Verschlusses. Beide Ablenkplatten sind nach Vorschrift über Widerstände von  $10 \text{ M}\Omega$  geerdet, welche einen Teil einer festen Aufstellung bilden, die wir für andere Messungen im Betrieb halten wollten. Diese beiden Widerstände sind also mit der Photozelle in Serie geschaltet. Um den Potentialabfall des Photostromes und damit die Abweichung des Fluoreszenzfleckes der übrigen Aufstellung anzupassen, wurde den Widerständen ein Widerstand von ebenfalls  $10 \text{ M}\Omega$  parallelgeschaltet, so daß der wirkliche Widerstand in Serie mit der Photozelle ungefähr  $7 \text{ M}\Omega$  betrug. Die Schaltung der Photozelle, der Kathodenstrahlröhre und des Netzanschlußgerätes findet man in der Fig. 1. Unten links ist die Photozelle mit Batterie und Widerständen, unten rechts das Netzanschlußgerät und oben die Kathodenstrahlröhre angeordnet.

In der Oszillographenkamera wird eine photographische Platte mittels einer Feder sehr schnell hinter einer lichtstarken Linse abgeschossen, wodurch eine mechanische Zeitablenkung bewirkt wird. Die Zeitmarkierung erfolgt durch Photographierung zusammen mit einer kleinen Neonlampe bei  $50 \text{ Hz}$  Wechselstrom. Mittels eines einfachen Apparates (eine Art Synchronisators) wird gleichzeitig mit der Auslösung der Feder des Verschlusses ein elektrischer Kontakt betätigt, der einen Elektromagneten einschaltet, durch welchen wiederum der Auslösehebel der Oszillographenkamerafeder abgeworfen wird. Das erhaltene Oszillogramm gibt dann unmittelbar die Kurve der Verschlußöffnung als Funktion der Zeit an; nur nimmt die Einheit der Zeitskale mit der Länge ab, doch ist dies leicht in regelmäßige Zeiteinheiten umzurechnen.

Wir untersuchten nur einen Verschluß, einen Zentralverschluß mit Räderwerk, vier Lamellen und einem Durchmesser von  $43 \text{ mm}$ . Die Einstellung auf die zu prüfenden Momentgeschwindigkeiten geschah genau

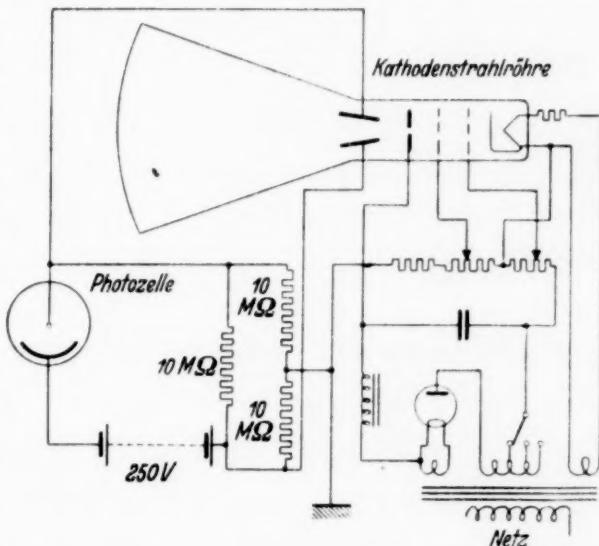


Fig. 1. Schaltungsanlage der Photozelle und Kathodenstrahlröhre.

auf die Merkzeichen, die am Einstellrad des Verschlusses angegeben sind. Wir stellten ein auf  $1/200$ ,  $1/100$ ,  $1/50$ ,  $1/25$ ,  $1/10$  und  $1/5$  sec, die Blende war immer voll geöffnet. Die gewonnenen Oszillogramme geben wir in Fig. 2 nur für  $1/200$ ,  $1/100$  und  $1/50$  sec, die anderen sind länger und haben dieselbe Öffnungs- und gleichförmige Schließungskurve.

Das Öffnen und das Schließen des Verschlusses sind für alle Momentgeschwindigkeiten dieselben, nur die Zeit der größten Öffnung ist verschieden.

Wir nennen nach Naumann<sup>1)</sup> die Zeit von der ersten bis zum Verschwinden der letzten unendlich kleinen Öffnung, die Gesamtbeleuchtungszeit  $T$ , die Zeit, während der die Lamellen auseinandergehen, die Öffnungszeit  $T_1$ , die Zeit, während der die größte Öffnung gehabt bleibt, die Aufzeit  $T_2$ , und die Zeit, die zum Zusammengehen der Lamellen erforderlich ist, die Schlußzeit  $T_3$ ; und ebenfalls nach Naumann die sogenannte äquivalente Beleuchtungszeit des Verschlusses

$$A = \frac{E}{I_0},$$

worin  $E$  der gesamten während der Zeit  $T$  durchgelassenen Lichtmenge gleich ist, und  $I_0$  der während der Aufzeit durchgelassene Lichtstrom ist. Dabei ist

$$E = \int_0^T I dt,$$

wo  $I$  die im Zeitelement durchgelassene Lichtmenge oder auch die Verschlußöffnung zur Zeit  $t$  ist; der Wirkungsgrad des Verschlusses  $\eta = \frac{A}{T}$  ist im Idealfalle 1.

Wir können mit Hilfe dieser Benennung unsere völlig reproduzierbaren Ergebnisse, welche, wie schon erwähnt, nur für die ganz geöffnete Blende gelten, auch in der Tabelle 1 angeben.

Auch hieraus ist die Abnahme von  $\eta$  bei kleineren Belichtungszeiten deutlich ersichtlich.

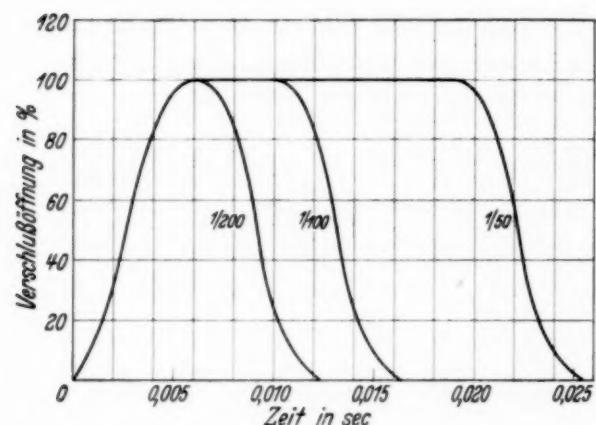


Fig. 2. Relative Verschlußöffnung als Funktion der Zeit.

zeit  $T$ , die Zeit, während der die Lamellen auseinandergehen, die Öffnungszeit  $T_1$ , die Zeit, während der die größte Öffnung gehabt bleibt, die Aufzeit  $T_2$ , und die Zeit, die zum Zusammengehen der Lamellen erforderlich ist, die Schlußzeit  $T_3$ ; und ebenfalls nach Naumann die sogenannte äquivalente Beleuchtungszeit des Verschlusses

$$A = \frac{E}{I_0},$$

worin  $E$  der gesamten während der Zeit  $T$  durchgelassenen Lichtmenge gleich ist, und  $I_0$  der während der Aufzeit durchgelassene Lichtstrom ist. Dabei ist

$$E = \int_0^T I dt,$$

wo  $I$  die im Zeitelement durchgelassene Lichtmenge oder auch die Verschlußöffnung zur Zeit  $t$  ist; der Wirkungsgrad des Verschlusses  $\eta = \frac{A}{T}$  ist im Idealfalle 1.

Wir können mit Hilfe dieser Benennung unsere völlig reproduzierbaren Ergebnisse, welche, wie schon erwähnt, nur für die ganz geöffnete Blende gelten, auch in der Tabelle 1 angeben.

Auch hieraus ist die Abnahme von  $\eta$  bei kleineren Belichtungszeiten deutlich ersichtlich.

<sup>1)</sup> H. Naumann, ZS. f. wiss. Photogr. **22**, 214, 1924.

Tabelle 1. (Sekunden.)

Einstellung	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T$	$A$	$\eta$
0,005	0,006	0,000	0,007	0,013	0,0065	0,50
0,01	0,006	0,004	0,007	0,017	0,0105	0,62
0,02	0,006	0,013	0,007	0,026	0,0205	0,78
0,04	0,006	0,033	0,007	0,046	0,0395	0,86
0,10	0,006	0,220	0,007	0,233	0,228	0,98
0,20	0,006	0,226	0,007	0,239	0,233	0,98

Wir haben nun  $A$  aus dem Integral  $E = \int_0^T I dt$ , das durch Planimetrierung der Kurve zu bestimmen ist, durch Division mit  $I_0$  berechnet;

die Öffnungen  $I$  haben wir nicht in absolutem Maße bestimmt, sondern  $I$  ausgedrückt in Bruchteilen von  $I_0$ , wie aus unseren Kurven ersichtlich ist.

Wir meinen, diesen Verschluß mit Ausnahme der Geschwindigkeit bei  $1/10$  sec als gut bezeichnen zu können.

Wenn keine Oszillographenkamera zur Verfügung steht, kann man auch eine Kathodenstrahlröhre mit zwei Paar Ablenkplatten benutzen und eine einmalige elektrische Zeitablenkung anwenden<sup>1)</sup>, die Aufnahme kann dann mit einer gewöhnlichen Aufnahmekamera mit lichtstarker Optik geschehen.

Die weitere Ausarbeitung dieses Verfahrens, das uns nur beiläufig interessierte, auch für Schlitzverschlüsse (z. B. indem wir die Photozelle auf eine geringere Breite als den zu prüfenden Schlitz abblenden), und die Prüfung mehrerer Verschlüsse glauben wir anderen Fachgenossen, welche mehr Interesse an den Kenntnissen der genauen Verschlußzeiten haben, überlassen zu dürfen. Es versteht sich von selbst, daß sich die Zahlen der Tabelle besonders für größere Verschlußgeschwindigkeiten bei teilweise geschlossener Blende ändern. Es ist weiter interessant zu bemerken, daß die Verschlußöffnungskurven bei weit geöffneter Blende für Geschwindigkeiten von  $1/50$  sec und kleiner große Ähnlichkeit haben mit den Lichtstromzeitkurven von modernen geschlossenen Blitzlampen, wie z. B. Vakuoblitz und Photofluxlampen<sup>2)</sup>.

*Eindhoven (Holland), April 1935, Physikal.-Chem. Laboratorium der Philip's Glühlampen A. G.*

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, Die Kathodenstrahlröhre, S. 200. Berlin, Jul. Springer, 1933. — <sup>2)</sup> O. Reeb, ZS. f. wiss. Photogr. **34**, 77, 1935; J. A. M. v. Liempt u. J. A. de Vriend, Rev. d'Opt. **14**, 18, 1935.

# Zur Quantenelektrodynamik.

## I. Eichinvariante Quantelung.

Von **P. Jordan** in Rostock.

(Eingegangen am 27. April 1935.)

Es wird die Möglichkeit gezeigt, alle nicht eichinvarianten Größen gänzlich aus der Theorie zu eliminieren.

**§ 1.** Nach der Methode der zweiten Quantelung beschreibt man ein Mehrkörperproblem mit äquivalenten Teilchen durch eine Matrix-Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{r})$ , die den Vertauschungsregeln

$$\left. \begin{array}{l} \psi^\dagger(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') \pm \psi(\mathbf{r}') \psi^\dagger(\mathbf{r}) = \pm \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ \psi(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') \pm \psi(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

genügt, wobei im Fermischen Falle die oberen, im Boseschen die unteren Vorzeichen gelten.

Nach den Ergebnissen einer kürzlich vorgelegten Arbeit<sup>1)</sup> kann man jedoch an Stelle der  $\psi(\mathbf{r})$  mit Vorteil die *bilinearen Ausdrücke*

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \psi^\dagger(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') \quad (2)$$

benutzen, unter denen insbesondere die *örtliche Teilchendichte*

$$N(\mathbf{r}) = R(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \quad (3)$$

enthalten ist: Ohne die  $\psi(\mathbf{r})$  selber überhaupt zu benutzen, kann man das System der Matrizen  $R(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  kennzeichnen durch die Vertauschungsregeln

$$\begin{aligned} & [R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''')] \\ &= \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}') R(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (4)$$

und die weiteren Relationen

$$\begin{aligned} & R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''') \pm R(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \\ &= \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}') R(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') \pm \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'') R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'); \end{aligned} \quad (5)$$

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r}')^\dagger = R(\mathbf{r}', \mathbf{r}). \quad (6)$$

In (5) sind wieder die oberen Vorzeichen im Fermischen Falle und die unteren im Boseschen zu nehmen.

<sup>1)</sup> P. Jordan, ZS. f. Phys. **94**, 531, 1935. Bezuglich einer dort offen gebliebenen Beweislücke vgl. den Anhang der vorliegenden Note.

Diese Beziehungen (4), (5), (6) sind übrigens, wie ich inzwischen gefunden habe, nicht unabhängig: *Es genügt, (5) und (6) zu postulieren*; man bekommt dann (4) von selbst als Folgerung. Das soll im Anhang der vorliegenden Note gezeigt werden.

Die Tatsache, daß eine solche Umformulierung des Problems (1) in das Problem (5), (6) möglich ist, scheint bedeutungsvoll für eine Reihe bislang ungeklärter Probleme der Quantenelektrodynamik. In der vorliegenden Note soll insbesondere das Problem der *Eichinvarianz* der Feldgleichungen einer erneuten Betrachtung unterzogen werden. Bekanntlich bedingt diese Eichinvarianz gewisse Schwierigkeiten für die Aufstellung der quantenelektrodynamischen Vertauschungsregeln, und diese Schwierigkeiten sind bislang nur durch recht künstliche, die Invarianzsymmetrie des Problems zunächst zerstörende und erst nachträglich wiederherstellende Kunstgriffe umgangen worden<sup>1)</sup>.

Da nun die fraglichen Schwierigkeiten ausschließlich die *nicht eichinvarianten Feldgrößen* betreffen, so wird die ideale und einzige wirklich angemessene Methode der Behandlung des Problems darin bestehen müssen, daß man alle nicht eichinvarianten Größen völlig aus der Theorie *eliminiert*, und die eichinvarianten Größen unmittelbar durch die zwischen ihnen bestehenden Wechselbeziehungen charakterisiert. Dies Programm ist durch die Resultate der eingangs erwähnten Untersuchung durchführbar geworden.

**§ 2.** Zur Darlegung des Prinzips unserer Methode fassen wir den einfachsten Fall ins Auge; auf die Durchführung im Rahmen der vollständigen Quantenelektrodynamik hoffen wir zurückzukommen.

Wir rechnen mit nichtrelativistischer Mechanik der Elektronen, und denken diese lediglich der Wirkung eines „äußeren“ zeitlich konstanten magnetischen Feldes  $\mathfrak{H}$  von  $c$ -Zahlcharakter ausgesetzt. Die Wellenamplitude  $\psi(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}, t)$  — deren *Eliminierung* aus der Theorie wir hernach betreiben — genügt also der Wellengleichung

$$\frac{1}{2m} \left( \frac{\hbar}{2\pi i} \text{grad} + \frac{e}{c} \mathfrak{A} \right)^2 \psi = \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (7)$$

Sie ist invariant gegen die Eichtransformation

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= \mathfrak{A}' + \frac{hc}{2\pi e} \text{grad } A, \\ \psi &= e^{iA} \psi', \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

wobei  $A = A(\mathbf{r})$  wieder eine (beliebige)  $c$ -Zahlfunktion sein soll.

<sup>1)</sup> W. Heisenberg u. W. Pauli, jr., ZS. f. Phys. **56**, 1, 1929; **59**, 168, 1930.  
L. Rosenfeld, Ann. d. Phys. **5**, 113, 1930.

Wir definieren den auf Funktionen von  $\mathbf{r}$  wirkenden Operatorvektor

$$\mathfrak{D} = \frac{\hbar}{2\pi i} \text{grad} + \frac{e}{c} \mathfrak{A}, \quad (9)$$

der also die Komponenten

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c} \mathfrak{A}_x, \\ D_2 &= \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e}{c} \mathfrak{A}_y, \\ D_3 &= \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{e}{c} \mathfrak{A}_z \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

besitzt, und mit dessen Hilfe die Wellengleichung (7) in der Form

$$\frac{1}{2m} \mathfrak{D}^2 \psi = \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (11)$$

geschrieben werden kann.

Gegenüber dem Operatorvektor  $\mathbf{r} = (x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$  hat  $\mathfrak{D}$  die Vertauschungseigenschaften

$$[D_k, x_l] = \frac{\hbar}{2\pi i} \delta_{kl}; \quad (12)$$

untereinander vertauschen sich die Komponenten von  $\mathfrak{D}$  gemäß

$$[D_2, D_3] = \frac{\hbar e}{2\pi i c} \mathfrak{H}_x; \quad [D_3, D_1] = \frac{\hbar e}{2\pi i c} \mathfrak{H}_y; \quad [D_1, D_2] = \frac{\hbar e}{2\pi i c} \mathfrak{H}_z. \quad (13)$$

Die Gesamtheit der in  $\psi, \psi^\dagger$  bilinearen *eichinvarianten Größen* bekommt man dann offenbar so: Es seien  $G = G(\mathfrak{D}, \mathbf{r})$ ,  $F = F(\mathfrak{D}, \mathbf{r})$  zwei beliebige Funktionen der Operatoren  $\mathfrak{D}$  und  $\mathbf{r}$ ; und es sei

$$\left. \begin{aligned} \omega(\mathbf{r}) &= G \cdot \psi(\mathbf{r}), \\ \chi(\mathbf{r}) &= F \cdot \psi(\mathbf{r}), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

so daß also  $\omega, \chi$  die Resultate der Anwendung von  $G$  und  $F$  auf  $\psi$  sind.

Dann ist

$$\sigma = \omega(\mathbf{r})^\dagger \chi(\mathbf{r}) \quad (15)$$

*eichinvariant*, und jede bilineare eichinvariante Größe ist eine *Summe* von Größen der Form (15).

Diese Größen sind aber teilweise auseinander abzuleiten. Denn es ist offenbar

$$x \sigma = \{x \omega(\mathbf{r})\}^\dagger \chi(\mathbf{r}) = \omega(\mathbf{r})^\dagger \{x \chi(\mathbf{r})\}; \quad (16)$$

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \{D_1 \omega(\mathbf{r})\}^\dagger \cdot \chi(\mathbf{r}) + \omega(\mathbf{r})^\dagger \cdot D_1 \chi(\mathbf{r}). \quad (17)$$

Nach (17) können wir *alle* eichinvarianten Größen durch Differentiation ableiten aus den Größen

$$R_F(\mathbf{r}) = \psi^\dagger(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) = \psi^\dagger(\mathbf{r}) \cdot F \psi(\mathbf{r}). \quad (18)$$

Diese haben noch die Eigenschaft

$$R_{F_1+F_2}(\mathbf{r}) = R_{F_1}(\mathbf{r}) + R_{F_2}(\mathbf{r}). \quad (19)$$

Unser Programm ist nun durchgeführt, wenn wir das Größensystem  $R_F(\mathbf{r})$  charakterisiert haben *ohne* Benutzung des Zusammenhangs mit  $\psi(\mathbf{r})$ . Wir haben zu diesem Zwecke außer den bisher schon aufgeschriebenen nur eichinvariante Größen enthaltende Relationen (12), (13), (16), (17), (19) noch zu formulieren:

1. Die Vertauschungsregeln der  $R_F$ , analog zu (4),
2. die zu (5) analogen Relationen für die  $R_F$ ,
3. die zu (6) analoge Relation,
4. einen gleichwertigen Ersatz für die Wellengleichung (11), in Gestalt von Gleichungen, die ebenfalls nur eichinvariante Größen enthalten.

**§ 3.** Die zu (6) analoge Relation sieht offenbar folgendermaßen aus:  
Wir bezeichnen die Größe  $\sigma$  in (15) mit

$$R_F^G(\mathbf{r}) = \sigma; \quad (20)$$

wir können dann (19) verallgemeinern zu

$$\left. \begin{aligned} R_F^{G_1+G_2} &= R_F^{G_1} + R_F^{G_2}, \\ R_{F_1+F_2}^G &= R_{F_1}^G + R_{F_2}^G. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Danach kann (16), (17) in der Form

$$x R_F^G(\mathbf{r}) = R_F^{xG}(\mathbf{r}) = R_{xF}^G(\mathbf{r}), \quad (22)$$

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x} R_F^G(\mathbf{r}) = R_{F_1}^{D_1 G}(\mathbf{r}) + R_{F_2}^G(\mathbf{r}) \quad (23)$$

geschrieben werden. An Stelle von (6) tritt jetzt

$$\{R_F^G(\mathbf{r})\}^\dagger = R_G^F(\mathbf{r}). \quad (24)$$

Ebenso schnell erledigt sich die Frage nach dem Ersatz für die Wellengleichung (11). Wir können nämlich *die zeitliche Ableitung jeder eichinvarianten Größe* hinschreiben:

$$2m \cdot \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} R_F(\mathbf{r}) = R_F^{\mathfrak{D}_2}(\mathbf{r}) + R_{F\mathfrak{D}_2}(\mathbf{r}). \quad (25)$$

Die beiden anderen Fragen erfordern jedoch einige Vorbereitung.

Wir beweisen zunächst:

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot D_1^n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} R_{D_1^n - k}(\mathbf{r}) \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^k \frac{\partial^k}{\partial x^k} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (26)$$

Die erste Zeile hat nämlich bei beliebigem  $f(\mathbf{r}')$  die definierende Eigenschaft

$$\begin{aligned} \int R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot D_1^n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') f(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' &= [D_1^n \{R(\mathbf{r}', \mathbf{r}) f(\mathbf{r})\}]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}} \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} R_{D_1^n - k}(\mathbf{r}) \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^k \frac{\partial^k}{\partial x^k} f(\mathbf{r}); \end{aligned} \quad (27)$$

denn es ist offenbar

$$D_1^n g(x) f(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \{D_1^{n-k} g(x)\} \cdot \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^k f^{(k)}(x), \quad (28)$$

wie man durch Induktion erkennt. Und (27) ist auch definierende Eigenschaft für die zweite Zeile in (26). Allgemeiner wird

$$\begin{aligned} R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot D_3^{n''} D_2^{n'} D_1^n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') &= \sum_{k=0}^n \sum_{k'=0}^{n'} \sum_{k''=0}^{n''} \binom{n}{k} \binom{n'}{k'} \binom{n''}{k''} \cdot \Omega; \\ \Omega &= R_{D_3^{n''} - k'' D_2^{n'} - k' D_1^n - k}(\mathbf{r}) \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^{k+k'+k''} \frac{\partial^{k+k'+k''}}{\partial x^k \partial y^{k'} \partial z^{k''}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (29)$$

Nunmehr bezeichnen wir mit  $F'$ ,  $G''$  die Operatoren  $F(\mathfrak{D}', \mathbf{r}')$ ,  $G(\mathfrak{D}'', \mathbf{r}'')$ . Wir haben dann

$$[R_F(\mathbf{r}), R_G(\mathbf{r}'')] = \{F' G''' [R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}'')]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}; \mathbf{r}'''=\mathbf{r}''}\}. \quad (30)$$

Hierin setzen wir (4) ein und erhalten dann

$$[R_F(\mathbf{r}), R_G(\mathbf{r}'')] = G'' R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \cdot F \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') - F R(\mathbf{r}'', \mathbf{r}) \cdot G'' \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}). \quad (31)$$

Wegen (22) genügt es, den Fall

$$G = D_3^{m''} D_2^{m'} D_1^m; \quad F = D_3^{n''} D_2^{n'} D_1^n \quad (32)$$

auszuführen: Wir haben dann nur (29) zweimal in (31) anzuwenden, und bekommen  $[R_F(\mathbf{r}), R_G(\mathbf{r}'')]$  ausgedrückt durch  $R_G(\mathbf{r})$ ,  $R_F(\mathbf{r}'')$  und Ableitungen von  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'')$ .

Auf demselben Wege bekommen wir aus (5) eine Relation, welche

$$R_F^G(\mathbf{r}) R_L^H(\mathbf{r}) + R_F^H(\mathbf{r}) R_L^G(\mathbf{r}) \quad (33)$$

bzw.

$$R_F^G(\mathbf{r}) R_L^H(\mathbf{r}) - R_F^H(\mathbf{r}) R_L^G(\mathbf{r}) \quad (34)$$

linear durch die  $R_F^K(\mathbf{r})$  ausdrückt. Es muß dabei allerdings in Kauf genommen werden, daß rechts Koeffizienten der Gestalt

$$\left[ \frac{\partial^{k+k'+k''}}{\partial x^k \partial y^{k'} \partial z^{k''}} \delta(\mathbf{r}) \right]_{\mathbf{r}=0} \quad (35)$$

aufreten.

Diesen Übelstand kann man vermeiden durch eine etwas andere Formulierung, die zugleich einfacher als die soeben ausgeführte ist.

**§ 4.** Wir gebrauchen statt der Größen (2) die folgenden, welche *eich-invariant* sind:

$$\bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \psi^\dagger(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') e^{-\frac{2\pi i e}{\hbar c} \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathfrak{A} d\mathbf{s}}; \quad (36)$$

dabei soll

$$\int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathfrak{A} d\mathbf{s} \quad (37)$$

das Linienintegral über  $\mathfrak{A}$  auf der *geradlinigen* Strecke von  $\mathbf{r}$  nach  $\mathbf{r}'$  sein.

Man kann diese  $\bar{R}$  offenbar folgendermaßen durch die  $R_F$  ausdrücken:

$$\bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{a}) = R_{F_0}(\mathbf{r}) \quad \text{mit} \quad F_0 = e^{\frac{2\pi i}{\hbar} \mathbf{a} \cdot \mathfrak{D}}. \quad (38)$$

Für diese  $\bar{R}$  gelten analog zu (6), (4), (5) folgende Relationen:

$$\bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \bar{R}(\mathbf{r}', \mathbf{r})^\dagger; \quad (\text{I})$$

$$[\bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \bar{R}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''')] = \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}') \bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') e^{i\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}''', \mathbf{r}')} - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}''') \bar{R}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') e^{i\omega(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', \mathbf{r})}; \quad (\text{II})$$

$$\begin{aligned} \bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{R}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''') &\pm \bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') \bar{R}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') e^{i\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')} + i\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \mathbf{r}''') \\ &= \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}') \bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}''') e^{i\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}'', \mathbf{r}''')} \\ &\pm \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}''') \bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (\text{III})$$

Dabei ist

$$\frac{-\hbar c}{2\pi e} \omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathfrak{A} d\mathbf{s} + \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}''} \mathfrak{A} d\mathbf{s} + \int_{\mathbf{r}''}^{\mathbf{r}} \mathfrak{A} d\mathbf{s}, \quad (\text{IV})$$

also, wie es sein muß, eichinvariant. Wieder beziehen sich in (III) die oberen Vorzeichen auf den Fermischen und die unteren auf den Bosesehen Fall, und wiederum ist (II) eine *Folge* von (I) und (III).

Ferner wird

$$R_{D_1^n}(\mathbf{r}) = \left[ \frac{\partial^n}{\partial x^n} \bar{R}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \right]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}}; \quad (39)$$

und analog kann man  $R_F(\mathbf{r})$  mit beliebigem Operator  $F$  durch die  $\bar{R}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  ausdrücken. Z. B. erhält man

$$R_{D_1 D_2}(\mathbf{r}) + R_{D_2 D_1}(\mathbf{r}) = -2 \frac{\hbar^2}{4\pi^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \bar{R}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \right]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}}; \quad (40)$$

und wegen (13) kann man also auch  $R_{D_1 D_2}(\mathbf{r})$  und  $R_{D_2 D_1}(\mathbf{r})$  *einzel*n durch die  $\bar{R}$  ausdrücken.

Demnach ist folgende Relation ein ausreichender Ersatz für (11) bzw. (25): Es sei

$$\mu = \mu(\mathbf{r}, \text{grad}) \quad (41)$$

ein beliebiger auf Funktionen von  $\mathbf{r}$  wirkender Operator; man beachte, daß hier nur grad, und *nicht* mehr der Operator  $\mathfrak{D}$  vorkommt. Dann ist:

$$2m \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} [\mu \bar{R}(\mathbf{r}', \mathbf{r})]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}} = -\frac{\hbar^2}{4\pi^2} [\mu (\mathcal{A} + \mathcal{A}') \bar{R}(\mathbf{r}', \mathbf{r})]_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}}. \quad (V)$$

*Anhang I.* Wir beweisen, daß (4) eine Folgerung von (5), (6) ist; in genau derselben Weise ist dann (II) eine Folgerung von (I) und (III).

Der Bequemlichkeit halber schreiben wir statt  $\mathbf{r}, \mathbf{r}', \dots$  jetzt *diskrete* Indizes  $z, k, \dots$ . Es gilt dann also entsprechend (6), (5):

$$R_{zk}^\dagger = R_{kz}; \quad (a)$$

$$R_{zk} R_{kl} \pm R_{zl} R_{lk} = \pm R_{zk} \delta_{kl} + R_{zl} \delta_{lk}. \quad (b)$$

Wegen (a) folgt nun aus (b) auch

$$R_{lk} R_{kz} \pm R_{ki} R_{iz} = \pm \delta_{lk} R_{kz} + \delta_{ki} R_{iz}; \quad (c)$$

oder, wenn wir jetzt die  $z, \lambda$  mit  $k, l$  vertauschen:

$$R_{kl} R_{zk} \pm R_{zl} R_{ik} = \pm \delta_{kl} R_{zk} + \delta_{zl} R_{ik}. \quad (c')$$

Subtraktion von (b) und (c') gibt aber entsprechend (4) die Vertauschungsregel

$$[R_{zk}, R_{kl}] = R_{zl} \delta_{ik} - R_{ik} \delta_{zl}. \quad (d)$$

*Anhang II.* Der Beweis, daß ein Matrizensystem  $R_{zk}$  mit

$$R_{zk}^\dagger = R_{kz}; \quad (\alpha)$$

$$R_{zk} R_{kl} - R_{zl} R_{ik} = -R_{zk} \delta_{kl} + R_{zl} \delta_{ik} \quad (\beta)$$

eindeutig zu einem Boseschen Mehrkörperproblem führt, war a. a. O. noch lückenhaft geblieben. Deshalb seien folgende Erwägungen noch angefügt.

Mit

$$R'_{zk} = -R_{kz} - \delta_{zk} \quad (\gamma)$$

bekommen wir aus einer Lösung des Gleichungssystems ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ) eine neue Lösung desselben Gleichungssystems.

Wir wollen nun die *Eigenwerte* der Matrizen  $R_{zk}$  bestimmen. Dazu verhilft die Bemerkung, daß z. B. die Matrizen

$$\frac{1}{2}(R_{12} + R_{21}); \quad -\frac{i}{2}(R_{12} - R_{21}); \quad \frac{1}{2}(R_{11} - R_{22}) \quad (\delta)$$

denselben Vertauschungsregeln gehorchen, wie drei mit  $2\pi/\hbar$  multiplizierte Drehimpulsmatrizen. Demnach sind uns die *irreduziblen Bestandteile*  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  des Matrizensystems ( $\delta$ ) bekannt<sup>1)</sup>. In einem solchen irreduziblen Bestandteil wird  $\frac{1}{2}(R_{11} + R_{22})$ , weil mit  $R_{12}, R_{21}, R_{11} - R_{22}$  vertauschbar, durch ein Vielfaches  $\lambda \cdot 1$  der Einheitsmatrix 1 vertreten. Die in ( $\beta$ ) enthaltene Beziehung

$$R_{12} R_{21} = R_{11} (R_{22} + 1)$$

bedeutet also, wenn wir  $m_x + im_y = \mu$  setzen:

$$\mu\mu^\dagger = (\lambda + m_z)(\lambda - m_z + 1) = \lambda(\lambda + 1) - (m_z - 1)m_z.$$

Nach den bekannten Drehimpulsformeln hat  $m_z$  ganzzahlige oder halbzahlige Eigenwerte  $m = -j, -j+1, \dots, j-1, j$ ; und  $\mu\mu^\dagger$  hat die zugehörigen Eigenwerte  $j(j+1) - (m-1)m$ . Die geforderte Übereinstimmung

$$\lambda(\lambda + 1) - (m-1)m = j(j+1) - (m-1)m$$

ergibt also

$$\lambda(\lambda + 1) = j(j+1); \quad \lambda = j \quad \text{oder} \quad = -j-1.$$

Daraus erhalten wir für  $R_{11}, R_{22}$  entweder Eigenwerte  $0, 1, 2, \dots$ , oder aber Eigenwerte  $-1, -2, -3, \dots$

In einem irreduziblen Matrizensystem  $R_{zx}$  haben entweder alle  $R_{zx}$  die Eigenwerte  $0, 1, 2, \dots$ , oder aber alle  $R_{zx}$  haben die Eigenwerte  $-1, -2, -3, \dots$  Denn wenn alle  $R_{zx}$  Diagonalmatrizen sind, so ist in keinem  $R_{zx}$  ein nichtverschwindendes Matrixelement vorhanden, das einem Übergang von einem Zustande mit nichtnegativem  $R_{11}$  zu negativem  $R_{11}$  entspricht.

Wir dürfen aber endlich zwei Lösungen des Gleichungssystems ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ), die durch die Transformation ( $\gamma$ ) verknüpft sind, als nur in der Bezeichnungsweise verschieden ansehen, und uns demgemäß auf die Lösungen mit nichtnegativen Eigenwerten der  $R_{zx}$  beschränken. In diesem Sinne kommen wir zu dem Ergebnis, daß aus ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ) Eigenwerte  $0, 1, 2, \dots$  für alle  $R_{zx}$  zu erschließen sind.

---

<sup>1)</sup> Vgl. etwa M. Born u. P. Jordan, Elementare Quantenmechanik, Berlin 1930.

## Über die bei der Lithiumzertrümmerung durch Protonen auftretende weiche $\gamma$ -Strahlung.

Von **A. Eckardt, R. Gebauer und H. Rausch von Traubenberg** in Kiel.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 28. April 1935.)

Es wird die schon früher von uns gefundene weiche  $\gamma$ -Strahlung bei der Zertrümmerung von Lithium durch Protonen mit verbesserten Hilfsmitteln nochmals untersucht und dabei in guter Übereinstimmung mit unseren früheren Messungen eine  $\gamma$ -Strahlung von etwa 90 kV gefunden. Es wird weiterhin das Verhältnis der  $\gamma$ -Quanten zu den unter den gleichen Bedingungen emittierten  $\alpha$ -Strahlen bestimmt und größtenteils gleich gefunden.

Wie wir 1933 zeigen konnten<sup>1)</sup> treten bei der Zertrümmerung von Lithium durch Protonen  $\gamma$ -Strahlen auf. Die Analyse ergab, daß es sich um eine sehr weiche Komponente und eine äußerst harte handelt. Die harte Strahlung ist von uns eingehend untersucht worden<sup>2)</sup>. Für die weiche Komponente wurde durch frühere orientierende Messungen eine Halbwertsdicke von 0,3 mm Blei ermittelt. Während wir auch diese weiche Strahlung Kernumwandlungsprozessen zuschreiben, bezweifelt Kirchner diese Deutung<sup>3)</sup>, da ihm die Strahlung eine zu geringe Härte zu besitzen scheint. Crane und Lauritsen<sup>4)</sup> fanden ebenfalls  $\gamma$ -Strahlen, Oliphant und Westcott<sup>5)</sup> dagegen konnten keine solche bei der Zertrümmerung des Lithiums durch Protonen nachweisen. Ein Nachweis der weichen  $\gamma$ -Strahlung wird allerdings nur dann gelingen, falls man die Kanalstrahlenröhre, die die Protonen liefert, mit so geringer Spannung betreibt, daß die dabei auftretende Röntgenstrahlung die  $\gamma$ -Strahlung an Intensität nicht großenteils übertrifft und unter allen Umständen weicher bleibt als die  $\gamma$ -Strahlung, da sonst eine Trennung der beiden Strahlenarten schwer möglich wird. Bei unseren Versuchen benutzten wir eine Betriebsspannung der Kanalstrahlenröhre von 61 kV. Da die weiche  $\gamma$ -Strahlung einer Energie von 92 kV entsprach, war bei unseren Versuchen die Möglichkeit eines einwandfreien Nachweises gegeben.

Auch bei diesen neuen Versuchen wurde das früher entwickelte Meßverfahren benutzt. Ein Eisenhalter wurde im Vakuum einseitig mit einer Auflage von Lithium versehen und abwechselnd mit der Lithium- und der

<sup>1)</sup> H. Rausch von Traubenberg, A. Eckardt u. R. Gebauer, ZS. f. Phys. **80**, 557, 1933. — <sup>2)</sup> A. Eckardt, R. Gebauer u. H. Rausch von Traubenberg, ebenda **89**, 582, 1934. — <sup>3)</sup> F. Kirchner, Phys. ZS. **34**, 783, 1933. Ferner Ergebnisse der exakten Naturwissenschaft, Bd. XIII, S. 69, Berlin, Julius Springer, 1934. — <sup>4)</sup> W. Crane u. W. Lauritsen, Phys. Rev. (2) **45**, 64, 1934 u. folgende Arbeiten. — <sup>5)</sup> M. Oliphant u. C. H. Westcott, Int. Conf. on Phys. London, Okt. 1934.

Eisenseite in den Strahlengang der Protonen hineingedreht. Die dabei auftretenden Quanten wurden mit einem Geiger-Müller-Zählrohr gezählt. Die Differenz der mit Eisen und der mit Lithium erhaltenen Quantenzahl ergibt dann die bei dem Zertrümmerungsprozeß auftretenden  $\gamma$ -Quanten. Zunächst mußte allerdings der Nachweis geführt werden, daß eine Drehung des Halters allein keinen Effekt vortäuschte. Es wurde deswegen eine große Zahl von Messungen ausgeführt, bei denen der Eisenhalter nicht mit Lithium bedeckt war. So wurden im Ganzen 7347 Quanten für die eine und 7331 für die andere Seite gezählt. Da der Halter ebenso wie bei den Hauptversuchen jede Minute umgestellt wurde, gehen in das Endergebnis dieser Messungen etwaige Empfindlichkeitsschwankungen des Zählrohres oder Schwankungen in den Betriebsdaten des Entladungsrohres nicht ein. Es ergibt sich bei diesen Blindmessungen als Quantenzahl pro Minute:  $Q = 0,06 \pm 0,45$ , also keine irgendwie nachweisbare Beeinflussung durch die Drehung des Halters. Die Betriebsbedingungen der Röhre waren, wie auch bei allen späteren Versuchen, 61 kV und 2 mA. Als Absorber waren dabei vor das Zählrohr — siehe die späteren Versuche — Bleiplatten von 1,05 bis 1,56 mm bzw. Kupferplatten von etwa 4 mm Stärke vorgeschaltet. Bei den nun folgenden Hauptversuchen wurde darauf geachtet, daß das im Vakuum aufgeschmolzene Lithium eine einwandfreie Oberfläche besaß. Ferner wurden die Absorptionsmessungen in den meisten Fällen so eingerichtet, daß nach je 20 Meßpaaren die Absorberdicke gewechselt wurde, so daß man auf diese Weise für die verschiedenen Absorberdicken direkt vergleichbare von Schwankungen verschiedenster Art unabhängige Werte erhielt. In der folgenden Tabelle sind die Resultate zusammengestellt.

Tabelle 1. Gesamtzusammenstellung der Resultate.

Absorbermaterial	Absorberdicke	"Li"	"Fe"	$\Delta$	Zeit in Min.	$Q_\gamma$	"Fe" - NZ	$Q_R$
<b>Bleiasorber</b>								
Pb	1,05	6937	6248	689	200	$3,45 \pm 0,57$	4436	$22,2 \pm 0,45$
Pb	1,21	4448	3999	449	200	$2,25 \pm 0,46$	2123	$10,61 \pm 0,38$
Pb	1,56	2395	2185	210	200	$1,05 \pm 0,34$	209	$1,04 \pm 0,32$
<b>Kupferabsorber</b>								
Cu	4,02	7155	6377	778	180	$4,33 \pm 0,65$	4607	$25,6 \pm 0,50$
Cu	5,57	3014	2607	407	200	$2,04 \pm 0,38$	647	$3,23 \pm 0,34$
<b>Leermessungen</b>								
Pb	1,05							
Pb	1,21	3869	3869	0	168	$0,0 \pm 0,52$		
Pb	1,56							
Cu	4,02	3478	3462	+16	100	$+0,16 \pm 0,84$		
		7347	7331	+16	268	$+0,06 \pm 0,45$		

Dabei bedeuten „Li“ die für die Lithiumseite, „Fe“ die für die Eisenseite des Halters gezählten Quanten,  $\Delta$  ihre Differenz,  $Q_\gamma$  die dem Effekt entsprechenden  $\gamma$ -Quanten pro Minute. Die begleitenden Röntgenquanten wurden ebenfalls bestimmt, indem von der Zahl „Fe“ die besonders ermittelte natürliche Teilchenzahl NZ des Zählrohres in Abzug gebracht wurde.  $Q_R$  bezeichnet die Anzahl der Röntgenquanten pro Minute.

Es besteht nun die Möglichkeit, sowohl für die Röntgenstrahlung als auch für die  $\gamma$ -Strahlung die Halbwertsdicken für Blei und Kupfer aus den gefundenen Werten zu berechnen<sup>1)</sup>. Für die Röntgenstrahlung ergibt sich die Halbwertsdicke zu 0,53 mm bei einem Kupferabsorber zwischen 4,02 und 5,57 mm Stärke; bei einem Bleiabsorber von 1,05 bis 1,56 mm eine Halbwertsdicke von 0,11 mm. Aus diesen beobachteten Halbwertsdicken würde sich für die Röntgenstrahlung eine Wellenlänge von 0,20 Å ergeben, entsprechend 60 kV, in genügender Übereinstimmung mit der am Rohr voltmetrisch gemessenen Spannung. Für die  $\gamma$ -Strahlung erhalten wir aus den Messungen mit Kupferabsorbern eine Halbwertsdicke von 1,43 mm, entsprechend einer Wellenlänge von 0,13 Å bzw. einer Energie von 95 kV, aus den Messungen mit Bleiabsorbern eine Halbwertsdicke von 0,31 mm, entsprechend einer Wellenlänge von 0,14 Å bzw. einer Energie von 90 kV. Wie wir sehen, stimmen die Kupfer- und die Bleimeßungen befriedigend miteinander und mit unserem früher gefundenen Wert — 0,3 mm Halbwertsdicke für Blei — überein und ergeben als Mittel eine Energie von 92 kV.

Weiter hatten wir uns jetzt zur Aufgabe gemacht, das Verhältnis der  $\gamma$ -Quanten zu den unter denselben Versuchsbedingungen (61 kV und 2 mA) bei der Lithiumzertrümmerung auftretenden  $\alpha$ -Strahlen zu finden. Zu diesem Zwecke wurde ein Sidotschirm von 6,8 mm Durchmesser in 5,58 cm Entfernung von der Lithiumoberfläche (abgedeckt mit 20  $\mu$  bzw. mit 8  $\mu$  Aluminium) angebracht<sup>2)</sup>. Im Mittel wurden 20 bzw. 24  $\alpha$ -Teilchen pro Minute gezählt. Da diese Werte für die beiden Aluminiumfolien ungefähr gleich sind, vermuten wir, daß auch bei der Folie von 8  $\mu$  im wesentlichen nur die energiereichen  $\alpha$ -Strahlen von 8,4 cm Reichweite zur Beobachtung gelangten. Der Berechnung unseres Ausbeutefaktors wurde der Mittelwert von 22  $\alpha$ -Teilchen pro Minute zugrunde gelegt. Es ergeben sich somit:  $Z_\alpha \sim 2,4 \cdot 10^4$   $\alpha$ -Teilchen pro Minute auf die ganze Kugel gerechnet. Um

<sup>1)</sup> Der Hartgummipropf des Zählrohres, sowie der Eisenhalter und die dünnen Aluminiumabschlüsse wurden als Korrektion bei der Absorptionsmessung berücksichtigt. — <sup>2)</sup> Bei diesen Messungen stand der Halter unter 45° zum Kanalstrahl, während er bei den anderen Messungen stets senkrecht zum Strahl stand.

die dazugehörigen  $\gamma$ -Quanten zu finden, mußte zunächst die  $\gamma$ -Strahlenausbeute für die Absorberdicke Null durch Extrapolation bestimmt werden. Dabei wurden sowohl die Messungen mit Kupfer- als auch die mit Bleiabsorbern verwertet. Die graphisch extrapolierten Werte ergaben 54  $\gamma$ -Quanten pro Minute. Diese Zahl kann nur als ein Mittelwert angeprochen werden, da, wie man aus der Tabelle sieht, die Fehlergrenzen der für die verwendeten Bleidicken gemessenen Ausbeuten relativ groß sind.

Um die Anzahl  $Z_\gamma$  der auftretenden  $\gamma$ -Quanten auf die ganze Kugeloberfläche berechnen zu können, mußte der Abstand zwischen der Strahlungsquelle (Lithium) und dem wirksamen Querschnittsbereich des Zählrohres bekannt sein (siehe Fig. 1). Zu dem Abstand  $R$ , der bei unserem Ver-

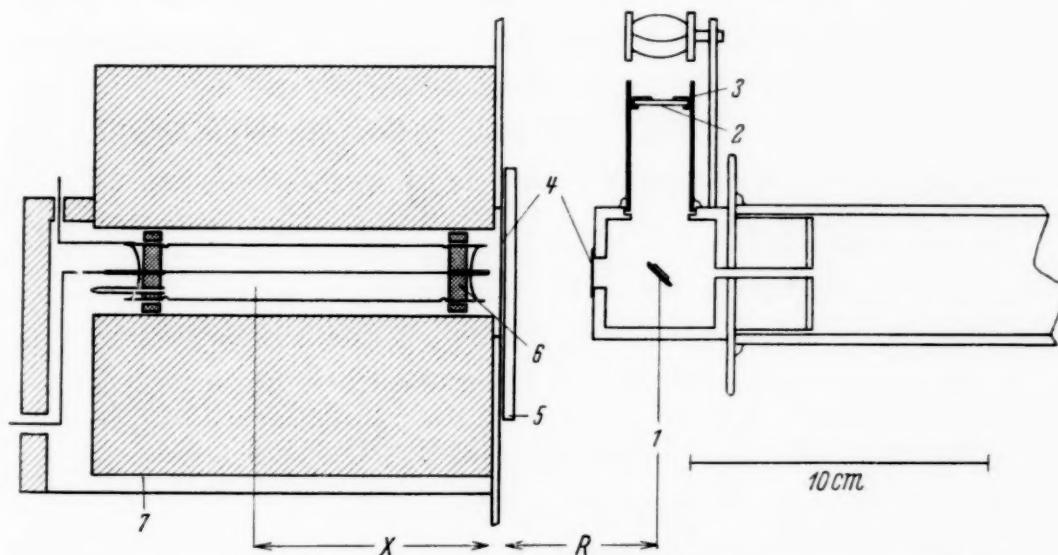


Fig. 1. Zählrohr und Absorberanordnung. 1 Lithium, 2 Sidotschirm, 3 Blende, 4 Aluminiumfenster, 5 Absorber, 6 Hartgummipropf, 7 Zählrohrpanzer.

such 5,3 cm betrug, kommt noch eine Strecke  $x$  hinzu, die wir unter Annahme eines quadratischen Abstandsgesetzes empirisch ermittelt haben. Statt diese Messungen mit der Lithium- $\gamma$ -Strahlung selbst vorzunehmen — wegen der verhältnismäßig geringen Zahl der Lithium- $\gamma$ -Quanten wäre die Meßzeit außerordentlich lang geworden —, haben wir die  $\gamma$ -Strahlung eines schwachen radioaktiven Präparates benutzt, welches an Stelle des Lithiums gebracht wurde. Durch Auszählung der radioaktiven  $\gamma$ -Quanten in verschiedenen Abständen  $R$  ergab sich für  $x$ : 7,65, 8,7 und 8,7 cm, im Mittel 8,3 cm.

Unter Zugrundelegung dieses Wertes wurde die Anzahl der  $\gamma$ -Quanten  $Z_\gamma$  auf die Gesamtkugel pro Minute bestimmt. Es ergab sich für  $Z_\gamma$  der Wert von  $5,5 \cdot 10^4$  Quanten pro Minute. Für das Verhältnis  $Z_\gamma$  zu  $Z_\alpha$  erhalten wir den Wert von ungefähr 2.

*Die Zahl der  $\gamma$ -Quanten besitzt also dieselbe Häufigkeit wie die bei der Lithiumzertrümmerung entstehenden  $\alpha$ -Teilchen.* Bekanntlich treten bei der Lithiumzertrümmerung durch Protonen Gruppen von  $\alpha$ -Strahlen verschiedener Reichweite auf; dabei besitzen die  $\alpha$ -Strahlen mit kleiner Reichweite ungefähr die doppelte Häufigkeit wie die  $\alpha$ -Strahlen großer Reichweite. In der vorliegenden Arbeit konnte noch nicht entschieden werden, ob die Emission von  $\gamma$ -Quanten an eine bestimmte Gruppe von  $\alpha$ -Strahlen geknüpft ist, oder ob alle  $\alpha$ -Strahlgruppen sich an der Emission beteiligen.

Als Resultat dieser Arbeit erscheint uns die Existenz einer weichen  $\gamma$ -Strahlung, die den Zertrümmerungsprozeß von Lithium durch Protonen begleitet, erwiesen. Da diese Strahlung wesentlich härter ist als die bei unseren Messungen am Kanalstrahlrohr auftretende Röntgenstrahlung, kann sie nicht durch letztere vorgetäuscht sein, sondern muß in engem Zusammenhang mit dem Kernprozeß stehen. Die Entstehung der  $\gamma$ -Strahlen durch eine Sekundärreaktion zwischen den  $\alpha$ -Teilchen und dem Lithium zu erklären, erscheint uns nicht möglich, da die  $\gamma$ -Quanten in gleicher Größenordnung auftreten wie die  $\alpha$ -Strahlen.

Zum Schluß möchten wir allen Herren, die uns bei den Messungen unterstützt haben, unseren besten Dank aussprechen. Ebenso möchten wir der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die uns durch Bereitstellung einer Hochspannungsanlage auch diese Arbeit ermöglichte, wärmstens danken.

Kiel, Institut für Experimentalphysik, im März 1935.

## Das Emissionsspektrum des Te<sub>2</sub>.

Von **E. Olsson** in Stockholm.

(Eingegangen am 29. April 1935.)

Es wird nachgewiesen, daß jede Bande des Tellurs nicht weniger als fünf Kanten hat. Sie können als Isotopieeffekt gedeutet werden. Die Isotopieaufspaltung bedingt eine Verbesserung der Kernschwingungsformel.

Die Spektren von S<sub>2</sub>, Se<sub>2</sub> und Te<sub>2</sub> sind größtenteils durch ihre Absorption studiert worden. Obwohl eine solche Untersuchung sich in experimenteller Hinsicht schnell und sauber durchführen läßt, scheint sie jedoch für die Ermittlung der Feinstruktur nicht zweckmäßig zu sein. Die Überlagerungen sind im allgemeinen stark, im Prädissoziationsgebiet geschehen sie teilweise durch Banden mit verschwisterter Struktur.

Bei den Emissionsspektren andererseits fallen alle diffusen Banden fort, und man kann dadurch hoffen, gerade im Prädissoziationsgebiet besonders übersichtliche Verhältnisse zu finden. Es war darum wahrscheinlich, daß eine Untersuchung über die Emission des Te<sub>2</sub> von Interesse sein könnte.

*A. Der Isotopieeffekt.* Aufnahmen in großer Dispersion (ungefähr 1 Å/mm) zeigten sogleich, daß jede Bande mehrere Kanten hat. Bei kleiner Dispersion wird hierdurch ein diffuses Aussehen der Banden vorgetäuscht. Als mögliche Erklärung für diese Aufspaltung kommt nur der Isotopieeffekt in Frage. Multiplettaufspaltung ist wenig wahrscheinlich, denn wir haben es hier sicher mit einem  $\Sigma \rightarrow \Sigma$ -System zu tun, und alle gemessenen Bandenkanten konnten übrigens durch den Isotopieeffekt eingeordnet werden.

Nach Bainbridge<sup>1)</sup> gibt die folgende Tabelle die massenspektrographisch ermittelten Isotope und ihre relative Häufigkeit an:

Isotopenengewichte . . . . .	122	123	124	125	126	128	130
Prozentuale Zusammensetzung	2,9	1,6	4,5	6,0	19,0	32,8	33,1 %
(Abgekürzte Bezeichnung) . . .	F	G	E	D	C	B	A

Bei den Bandenspektren ist in erster Reihe die Häufigkeit der Moleküle von Bedeutung, die wir mittels der Formel

$$(a + b + c + d + \dots)^2 = a^2 + 2ab + \dots$$

<sup>1)</sup> K. T. Bainbridge, Phys. Rev. **39**, 1021, 1932.

berechnen können, wo  $a$  die Häufigkeit des Atoms  $A$  usw. und  $a^2$ ,  $2ab$  usw. die Häufigkeit der Moleküle  $AA$ ,  $AB$  usw. bedeuten.

Tabelle 1.

Molekül	Häufigkeit	$q$	Molekül	Häufigkeit	$q$
AA	11,0 %	0,9923	BC	12,5   15,5	1,0040
AB	21,7	0,9962	AE	3,0	1,0042
BB	10,8   23,4	1,0000	BD	3,9	1,0060
AC	12,6	1,0001	CC	3,6   7,6	1,0079
AD	4,0	1,0021	BE	3,0	1,0080
			CD	2,3	1,0099

Wir müssen hiernach erwarten, daß jede Bande mehrere Kanten haben wird, mit der Reihe nach folgenden Intensitäten:  $3 : 5 : 6 : 1 : 4 : 1 : 2$ . Davon liegen die fünf stärksten in gleichen Zwischenräumen. Durch Vergleich mit Tabelle 2 finden wir, daß die nichtüberlagerten, genügend starken Banden im allgemeinen fünf Kanten aufweisen. Dadurch ist die Existenz der Moleküle  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{130}$ ,  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{128}$ ,  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{128}$ ,  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{126}$ ,  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{126}$  und  $\text{Te}^{126}\text{Te}^{126}$  festgestellt. Für die Existenz des Moleküls  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{124}$  spricht die Tatsache, daß die letzte beobachtete Kante stärker ist als die Kanten  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{125}$  und  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{125}$ , die sowohl nach Aston<sup>1)</sup> als auch nach Bainbridge zu erwarten wären. Die Kante von  $\text{Te}^{126}\text{Te}^{126}$  sollte etwa gleichstark wie diese letztgenannten sein, wenn sie nicht durch  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{124}$  überlagert war.

Die beobachtete Größe der Isotopieaufspaltung ist bedeutend, maximal etwa  $40 \text{ cm}^{-1}$ , was damit zusammenhängt, daß die Atome, die das Molekül bilden, etwa gleich schwer sind. Als extremes Beispiel in der anderen Richtung haben wir die Hydride, wo die starke Asymmetrie des Moleküls bekanntlich einen ungünstigen Einfluß auf die Größe der Isotopieaufspaltung ausübt. Die in der Tabelle 2 angegebenen, berechneten Isotopieaufspaltungen sind durch die gewöhnliche Formel ermittelt:

$$\Delta v = (q - 1) \omega_e' (v' + \frac{1}{2}) - (q^2 - 1) \omega_e' x_e' (v + \frac{1}{2})^2 - [(q - 1) \omega_e'' (v'' + \frac{1}{2}) - (q^2 - 1) \omega_e'' x_e'' (v'' + \frac{1}{2})^2].$$

Die Bandenkonstanten sind weiter unten gegeben, und die  $q$ -Werte entnimmt man der Tabelle 1. Die Übereinstimmung mit den empirischen Daten ist befriedigend. Man beachte jedoch, daß die  $v'$ -Numerierung der Kernschwingungsquantenzahlen um drei Einheiten erhöht ist.

<sup>1)</sup> F. W. Aston, Proc. Roy. Soc. London (A) **132**, 487, 1931.

Tabelle 2. Messungen über den Isotopieeffekt in  $\text{Te}_2$ .  
 (In der Tabelle bedeutet:  $A = \text{Te}^{130}$ ,  $B = \text{Te}^{128}$ ,  $C = \text{Te}^{126}$ . „ü“ bedeutet, daß Überlagerungen störend einwirken können.)

Bande $v' - v''$	Kanten	Aufspaltung		Deutung
		beobachtet	berechnet	
11'—0''	23 889,5 $\text{cm}^{-1}$			
	ü 84,6	4,9	6,2	BC
	79,8	4,8		BB + AC
	74,4	5,4		AB
12'—0''	24 046,9			AA
	40,5	6,4	6,6	CC
	34,0	6,5		BC
	27,5	6,5		BB + AC
	20,2	7,3		AB
12'—1''	23 791,3			AA
	86,1	5,2	5,7	?
	80,2	5,9		BC
	74,4	5,8		BB + AC
	67,0	7,4		AB
13'—0''	24 179,8			AA
	ü 72,1	7,7	7,1	BC
	65,7	6,4		BB + AC
13'—1	23 937,1			AB
	ü 31,2	5,9	6,1	CC
	25,3	5,9		BB + AC
14'—0''	24 331,8			AB
	ü 24,2	7,6	7,6	BC
	16,4	7,8		BB + AC
	08,7	7,7		AB
14'—1''	24 082,4			AA
	ü 76,2	6,2	6,6	CC
	70,2	6,0		BB + AC
15'—0''	24 480,6			AB
	ü 73,6	7,0	8,0	AB
	66,2	7,4		AA
	57,8	8,4		BB + AC
	49,5	8,3		CC
15'—1''	24 216,8			BC
	ü 10,3	6,5	7,1	BB + AC
	03,6	6,7		AB
16'—0''	24 633,6			AA
	ü 27,0	6,6	8,4	CC
	20,2	6,8		BC
	13,1	7,1		BB + AC
	06,3	6,8		AB
16'—1''	24 384,6			AA
	ü 77,5	7,1	7,5	CC
	70,5	7,0		BB + AC
	64,6	5,9		AB

Bande $v' - v''$	Kanten	Aufspaltung		Deutung
		beobachtet	berechnet	
17'—0''	24 753,2 cm <sup>-1</sup>			BC
	44,3	8,9	8,9	BB + AC
	35,3	9,0		AB
	26,2	9,1		AA
18'—0''	24 898,1			CC
	89,6	8,5	9,3	BC
	79,4	10,2		BB + AC
	70,7	8,7		AB
	61,3	9,4		AA
19'—0''	25 032,2			CC
	23,4	8,8	9,7	BC
	13,1	10,3		BB + AC
	03,6	9,5		AB
	24 994,0	9,6		AA
20'—0''	25 161,4			CC
	51,8	9,6	10,0	BC
	44,0	7,8		BB + AC
	33,6	10,4		AB
	23,7	9,9		AA
21'—0''	25 281,3			BC
	70,9	10,4	10,4	BB + AC
	61,0	9,9		AB
	51,1	9,9		AA
22'—0''	25 406,4			BC
	395,5	10,9	10,7	BB + AC
	85,0	10,5		AB
	76,6	8,4		AA
	64,1	12,5		?

Tabelle 3. Kantenschema

$\backslash$ $v'$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$v''$													
0													
1					22564			23282	23440	23589	23736	23840	24161
2					22314	22472	22627	22781	22935	23086	23237	23386	23611
3					22069	22226	22384	22538	22693				
4		21502	21666	21823	21981	22140	22295			22609	22752	22856	
5	21088	21255	21422	21578	21738	21900	22048	22207	22358	22508			
6	20688	20855	21014	21178	21331		21652	21811	21964		22275		
7	20455	20617	20778										
8			20547										

B. Die Kernschwingungsformel. Prädissoziation. Die ersten Kernschwingungsanalysen von Te<sub>2</sub> sowie von Se<sub>2</sub> und S<sub>2</sub> wurden von Rosen<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> B. Rosen, ZS. f. Phys. 43, 69, 1927.

1927 gegeben. In der Hauptsache haben sie sich gut bewährt. Nur betreffs der richtigen Bezeichnungen der Kernschwingungsquanten des angeregten Zustandes mußten Berichtigungen vorgenommen werden. Rosen hat auch diese Frage offen gelassen. Erst die Untersuchung des Isotopieeffektes hat hier die Möglichkeit geschaffen, eine endgültige Entscheidung zu treffen. Der Isotopieeffekt, nach Rosens Formel berechnet, konnte die Verhältnisse nicht gut wiedergeben, sondern fiel zu klein aus. Man muß daraufhin glauben, daß es noch einige Niveaus gibt, und zwar wurde die beste Übereinstimmung erreicht, wenn wir derer drei annehmen. Zur Kontrolle wurde das ganze Emissionsspektrum bis etwa  $\lambda$  4900 ausgemessen. Es zeigte sich, daß die Bandenkanten in der Gegend  $\lambda$  4475 bis 4500 am schärfsten waren, d. h. dort war der Isotopieeffekt am kleinsten. Dieser Befund ist auch wohl mit der neuen Numerierung vereinbar. Die Einordnung der Banden ist im kurzweligen Gebiet ganz dieselbe wie die von Rosen. In dem langwirigen Ast des Systems sind jedoch, im Gegensatz zu Rosen, mehrere Banden in die neuen Niveaus eingeordnet. Die Abänderungen sind am besten aus der Tabelle 3 zu sehen. Noch längerwellige Banden, die Rosen mitteilt, die aber hier in Emission nicht gemessen wurden, bekommen dann auch eine andere Einordnung. Die in der Tabelle aufgeführten Bandenkanten werden am besten durch die Formel

$$\nu_e = 22189 + 169,2(v' + \frac{1}{2}) - 0,92(v' + \frac{1}{2})^2 - 251,5(v'' + \frac{1}{2}) + 1,0(v'' + \frac{1}{2})^2$$

wiedergegeben.

#### Emissionsspektrums des Tellurs.

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
34,0	24179,8	24324,2	24466,2	24620,2	24744,3	24879,4	25013,1	25144,0	25270,9	25395,5
36,1	23931,2	24076,2	24216,8	24370,5						
238										
238										
238										
238										
228										

Infolge der großen Isotopieaufspaltung scheint es notwendig, diese Formel einem bestimmten Molekül zuzuschreiben. Es wurde angenommen, daß man im kurzweligen Gebiet die gemeinsame Kante von Te<sup>128</sup> Te<sup>128</sup>

und  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{126}$ , mit Überspringung von schwächeren Kanten mißt. Im langwelligen Gebiet dagegen mißt man dann wahrscheinlich die ebenso starke Kante von  $\text{Te}^{130}\text{Te}^{128}$ . Die  $\omega_e$ -Werte dieser Moleküle unterscheiden sich durch einen Faktor 0,9962. Wenn man die obige Formel für Banden mit nicht aufgelöster Isotopiestruktur genau benutzen will, so muß man sie dem Molekül  $\text{Te}^{128}\text{Te}^{128}$  zuschreiben. Für Banden mit niedrigerer Energie als  $v_e$  muß man eine andere Formel benutzen, die man erhält, indem man die  $v_e$ -Werte mit 0,9962, die  $x_e \omega_e$ -Werte mit 0,9923 multipliziert. Man kommt dann noch näher an die alte Rosensche Formel. Tatsächlich wird  $\omega_e'' = 250,5 \text{ cm}^{-1}$  in Übereinstimmung mit Rosen.

Störungen von gleicher Stärke und Häufigkeit, wie diejenigen des Schwefelspektrums kommen nicht vor. In dem sehr langen Bandenzug  $v' \rightarrow v'' = 0$  scheinen nur  $v' = 16$  und vielleicht auch die letzten  $v'$  gestört zu sein.

In Absorption hat Hirschlaff<sup>1)</sup> eine Prädissoziationsgrenze bei der Bande  $\lambda 3895$  gefunden. Nach der Theorie der Prädissoziation müssen dann alle Banden mit  $v' \geqq 24$  (nach der jetzigen Bezeichnung) in der Emission fehlen. Tatsächlich war  $v' = 22$  die letzte starke Bande und  $v' = 23$  zeigte sich auch als anwesend, war aber sehr schwach.

Herrn Prof. E. Hulthén verdanke ich die Anregung zu dieser Arbeit. Auch bin ich für die freundlichst zur Verfügung gestellten Apparate und Materialien zu Dank verpflichtet. Für ein Stipendium danke ich der Kungl. Vetenskapsakademien.

*Stockholm, Physikalisches Institut der Universität, April 1935.*

---

<sup>1)</sup> E. Hirschlaff, ZS. f. Phys. **75**, 315, 1932.

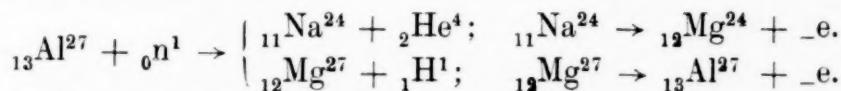
## Umwandlung von Aluminium durch Neutronen.

Von H. Klarmann in Heidelberg.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 30. April 1935.)

Die Umwandlung von Al durch Neutronen wurde in der Wilson-Kammer untersucht. Auch einige Umwandlungen in der Luftfüllung der Kammer wurden beobachtet.

**1. Problemstellung.** Bei der grundlegenden Untersuchung Fermis und seiner Mitarbeiter<sup>1)</sup> über die durch Neutronen erzeugte künstliche Radioaktivität wurden im Falle des Al zwei überlagerte Halbwertzeiten von 12 Minuten und 15 Stunden gefunden. Die Substanz, die zur längeren dieser Halbwertzeiten gehört, konnte chemisch abgetrennt und als  $^{11}\text{Na}^{24}$  erkannt werden, das unter Aussendung von Elektronen in das stabile  $^{12}\text{Mg}^{24}$  übergeht. Die zweite Halbwertzeit schreibt Fermi einem radioaktiven  $^{12}\text{Mg}^{27}$  zu, das unter Aussendung von Elektronen in das stabile  $^{13}\text{Al}^{27}$  übergeht. Für die Umwandlung des Al durch Neutronen sollten hiernach die folgenden Gleichungen gelten:



Das Verhältnis der Elektronenintensitäten bestimmte sich für  ${}_{12}\text{Mg}^{27}$  :  ${}^{11}\text{Na}^{24}$  wie 8 : 5. Obigen Gleichungen zufolge sollten also die Umwandlungsprozesse unter Aussendung von  $\alpha$ -Teilchen bzw. Protonen vor sich gehen. Nach diesen Teilchen sollte in der Wilson-Kammer gesucht werden.

Bisher wurden Umwandlungen durch Neutronen in der Wilson-Kammer nur an gasförmigen Substanzen ( $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ , Ne, ...) untersucht. Hier mußte mit dem festen Al gearbeitet werden. Die einzelnen Reichweiten mußten daher wegen der Abbremsung in der Substanz selbst in unkontrollierbarer Weise verkürzt erscheinen. Trotzdem kann man an Hand einer Reichweitenstatistik Schlüsse ziehen (vgl. Ziff. 4).

**2. Versuchsanordnung.** An der Innenwand einer vollautomatischen Wilson-Kammer von 10,6 cm Durchmesser wurde ein 0,1 cm starker Al-Streifen von  $2 \times 18,5 \text{ cm}^2$  angebracht (Fig. 1). Als Neutronenquelle  $P$  diente ein Glasröhrchen, das mit RaEm von etwa 80 Millieurie und Be-Flittern gefüllt war. Es befand sich hinter 2,8 cm Pb in 5 cm Entfernung. Die Wilson-Kammer war mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt. Das

<sup>1)</sup> E. Fermi, E. Amaldi, O. D'Agostino, F. Rasetti und E. Segrè, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 483, 1934.

Expansionsverhältnis bestimmte sich durch Ausmessung der Hubhöhe des Kolbens vor und nach der Expansion zu 1,42.

Photographiert wurde mit zwei Aufnahmeapparaten eigener Konstruktion für 35 mm Normalfilm mit Voigtländer-Objektiv „Heliar“ von 50 mm Brennweite bei einem Öffnungsverhältnis von 1 : 3,5, von denen der eine senkrecht über der Wilson-Kammer und der andere um  $18^{\circ}$  geneigt angeordnet war. Das Verkleinerungsverhältnis der Abbildung war 1 : 5. Als

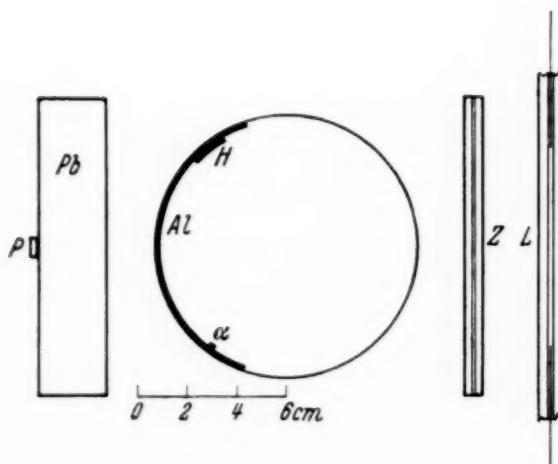


Fig. 1. Versuchsanordnung.

Beleuchtung diente eine beiderseits offene Quarz-Kapillaren-Hg-Lampe *L*, deren Wolfram-elektroden direkt mit den sekundären Polen eines 8000 Volt-Transformators von 18 kW Leistung verbunden waren. Der Transformator wurde primärseits mit etwa 100 Amp. belastet. Die Schaltung wurde von einem Ölschalter im Sekundärkreis besorgt, der automatisch unmittelbar nach der Expansion für etwa 0,1 Sekunde eingeschaltet wurde. Mittels einer Zylinderlinse *Z* wurde ein parallel begrenztes Lichtband erzeugt, dessen Tiefe 2 cm betrug.

Die Vermessung der aufgenommenen Bahnen ging folgendermaßen vor sich: Zunächst wurden mit Hilfe eines Stereoskops die Bahnen aus Al ausgesucht, deren Enden mit Sicherheit innerhalb des Lichtbandes lagen. Die eigentliche Längenmessung geschah anschließend unter der Lupe. Um auch die Bahnen, die von der Horizontalen abwichen, ausmessen zu können, wurden sie mit Aufnahmen von Millimeterpapierstreifen verglichen, die unter verschiedenen Neigungswinkeln in der Wilson-Kammer angebracht waren.

Wie zu Anfang erwähnt, sind bei der Bestrahlung von Al mit Neutronen sowohl  $\alpha$ -Teilchen als auch Protonen zu erwarten. Einer einzelnen Nebelbahn ist aber schwer anzusehen, ob sie von einem  $\alpha$ -Teilchen oder Proton herrührt. Im vorliegenden Falle war die Unterscheidung noch durch die Anwesenheit eines allgemeinen Nebels, der von der  $\gamma$ -Strahlung des Präparats kam, erschwert. Deshalb wurden im Innern der Wilson-Kammer sowohl eine  $\alpha$ -Quelle  $\alpha$ , als auch eine H-Teilchenquelle *H* angebracht (Fig. 1). Als  $\alpha$ -Strahler diente ein Splitterchen eines abgeklungenen Emanations-

röhrengens, dessen Stärke so bemessen war, daß im Mittel auf jeder Aufnahme eine  $\alpha$ -Bahn zu erwarten war. Als Protonenquelle diente ein Poloniumpräparat von 0,4 Millicurie, das mit einer Paraffinschicht von 3 cm Luftäquivalent abgedeckt war. Polonium und Paraffinschicht waren in einer flachen Schale untergebracht, die mit Glimmer von 4,6 cm Luftäquivalent luftdicht verschlossen war. Die Intensität dieser Protonenquelle war so, daß im Durchschnitt auf jede dritte Aufnahme eine H-Bahn kam.

**3. Versuchsergebnisse.** Insgesamt wurden 9200 Aufnahmepaare gemacht. Darauf waren 142 Bahnspuren, die ihren Ursprung im Al hatten. Der größte Teil davon entstand im mittleren Teil des Al-Streifens. Nur 68 dieser Bahnen konnten vermessen werden, das ist etwa der Bruchteil, den man aus theoretischen Erwägungen zu erwarten hat, während die übrigen Bahnen aus dem Lichtband gingen, so daß ihre Länge nicht festgestellt werden konnte. Bahnlängen unter 0,35 cm konnten nicht mit Sicherheit erkannt werden.

In Fig. 2 sieht man zwei Bahnen aus Al von 0,55 bzw. 2,3 cm Länge neben einigen  $\alpha$ -Bahnen aus der  $\alpha$ -Quelle. Vergleicht man diese Bahnen untereinander, so sieht man ohne weiteres, daß die längere der Bahnen aus Al eine H-Bahn sein muß<sup>1)</sup>, während bei der kürzeren Bahn aus Al eine Entscheidung bezüglich H-Bahn oder  $\alpha$ -Bahn schwer, wenn nicht überhaupt unmöglich ist. Die meisten zweifelhaften Bahnen sind bei den kürzeren Reichweiten anzutreffen, nicht nur wegen der größeren Häufigkeit an dieser Stelle, sondern auch, weil gerade gegen das Ende der Reichweite der Unterschied zwischen H- und  $\alpha$ -Bahnen am geringsten ist.

Die 68 vermeßbaren Bahnen sind in Fig. 3 eingetragen. Die Abszisse bedeutet die Reichweite für trockene Luft von 15° C und 760 mm Hg und die Ordinate die Teilchenzahl für ein Reichweitenintervall von 0,73 cm Breite. Auf diese Weise sind die Bahnen bis zu 7 cm eingeordnet worden. Das führte zur dick umrandeten Verteilungskurve der Fig. 3. Über 7 cm hinaus gingen noch drei Teilchen.

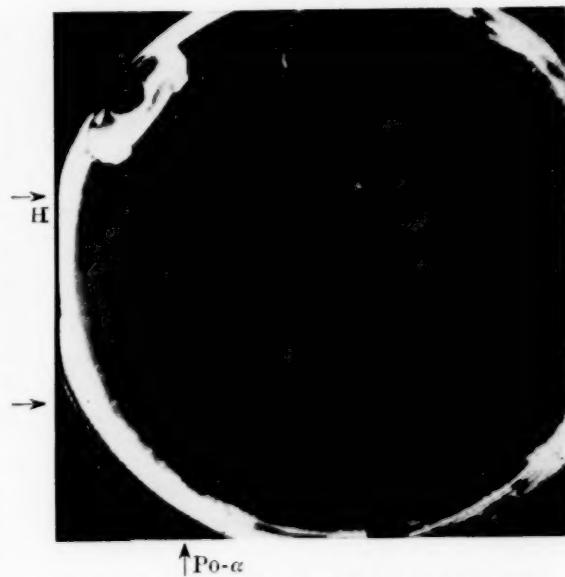


Fig. 2. Beispiel einer Aufnahme mit 2 Bahnen aus Al.

<sup>1)</sup> Auf dem Original noch deutlicher zu erkennen.

In dieser Verteilungskurve sind nun die Teilchen durch schräge Schraffur herausgehoben, die sicher als H-Teilchen erkannt worden sind, während die waagerechte Schraffur die erkannten  $\alpha$ -Teilchen bezeichnen soll. Der

nicht schraffierte Teil des Diagramms stellt die Teilchen dar, bei denen die Frage, ob  $\alpha$ -Teilchen oder H-Teilchen, unbeantwortet geblieben ist. Von den 71 Teilchen dieses Diagramms konnten nur wenig mehr als die Hälfte identifiziert werden, während der Rest wegen Unschärfe zweifelhaft geblieben ist.

**4. Deutung der Ergebnisse.** Aus der Verteilungskurve der Fig. 3 ersieht man, daß von 3,3 cm an  $\alpha$ -Teilchen nicht mehr vertreten sind, so daß man also schließen darf, daß  $\alpha$ -Teilchen über 3,3 cm Reichweite zum mindesten selten sind. Allerdings ist selbst die Zahl der

beobachteten  $\alpha$ -Teilchen so gering, daß sie auch durch eine minimale radioaktive Infektion des Al erklärt wäre, deren Nachweis nach anderen Methoden schwierig wäre. Dieser Punkt soll gelegentlich einer späteren Aufnahmeserie geprüft werden. Es ist natürlich auch denkbar,

daß die bei der Umwandlung

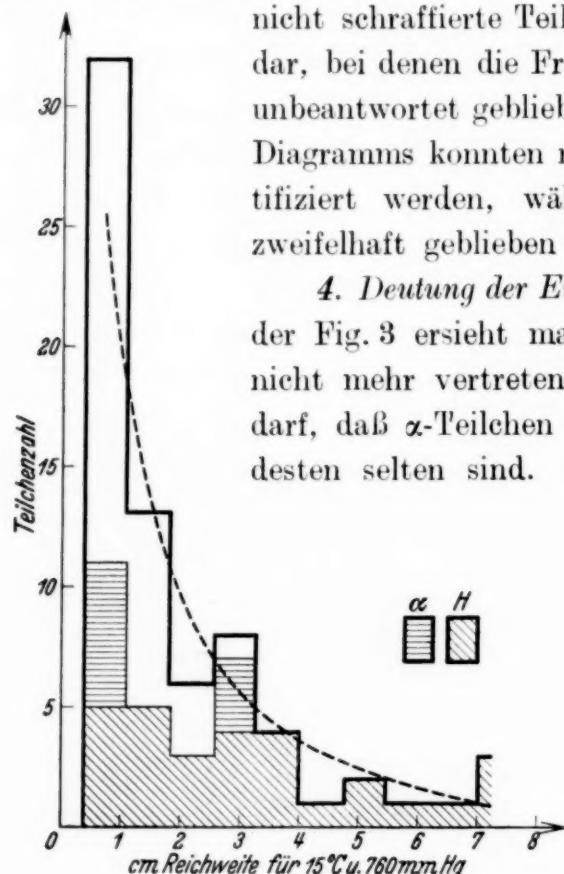


Fig. 3. Versuchsergebnis.

zu erwartenden  $\alpha$ -Teilchen eine so kurze Reichweite haben, daß sie hier nicht mehr erfaßt werden konnten.

Um Aussagen über die Reichweite der Protonen machen zu können, bedarf es einer etwas genaueren Diskussion. Al-Umwandlungen gehen in allen Tiefen des Al-Streifens vor sich, und zwar mit gleicher Häufigkeit, weil die Neutronenintensität als konstant angesehen werden kann. Zur Beobachtung können aber nur die Teilchen gelangen, welche innerhalb einer Oberflächenschicht entstehen, deren Dicke gleich der ursprünglichen Reichweite der Teilchen ist. Für den einfachsten Fall einer einzigen homogenen Protonengruppe ist leicht einzusehen, daß die beobachteten Reichweiten der austretenden Teilchen gleichmäßig über den ganzen Bereich von 0 bis zur Maximalreichweite verteilt sein müssen, unabhängig von der Austrittsrichtung. Die Verteilungskurve nach Art der Fig. 3 sollte hiernach horizontal verlaufen, wenn wirklich alle austretenden Teilchen zur Beobachtung und Ausmessung gelangten. In Wirklichkeit aber kann nur ein

bestimmter Raumwinkel erfaßt werden, der wesentlich durch die Ausdehnung des Lichtbandes begrenzt ist und um so kleiner ist, je größer die Reichweite der Teilchen ist. Die Abhängigkeit des Raumwinkels von der Reichweite wurde berechnet und ist in Fig. 3 als gestrichelte Kurve eingezeichnet<sup>1)</sup>. Die Kurve fällt innerhalb der statistischen Schwankungen mit der beobachteten Verteilungskurve der Reichweiten zusammen, d. h. alle Reichweiten erscheinen in der Tat in einem gegebenen Raumwinkel gleich häufig. Teilt man den ganzen Bereich der beobachteten Reichweiten in drei gleiche Teile und bestimmt für jeden Teil die Zahl der Teilchen pro Einheit des Raumwinkels, so verhalten sich diese drei Zahlen wie 78 : 69 : 57. Das Ergebnis ist also verträglich mit der Annahme, daß die Protonen eine einzige homogene Gruppe bilden, deren Reichweite etwas größer als 7 cm ist. Daß dies genau zutrifft, ist allerdings schon wegen der Inhomogenität der Neutronen nicht anzunehmen. Nimmt man für die drei beobachteten Teilchen von mehr als 7 cm Reichweite dieselbe Verteilungsdichte an wie für die übrigen, so gelangt man zu einer maximalen Reichweite der Protonen von rund 9 cm.

**5. Umwandlungen im Gas.** Neben den 142 Bahnen aus Al wurden noch eine große Zahl Protonenbahnen und 30 Umwandlungen durch Neutronen im Füllgas der Kammer beobachtet, von denen 12 vermeßbar waren. Unter diesen

30 Aufnahmen sind 29, bei welchen als Umwandlungsprodukt sicher  $\alpha$ -Teilchen (oder noch schwerere) beobachtet worden sind, während es in einem Falle fraglich blieb, ob ein  $\alpha$ - oder H-Teilchen entstanden ist. Die Bahnlängen der 12 vermessenen  $\alpha$ -Teilchen sind aus der Fig. 4

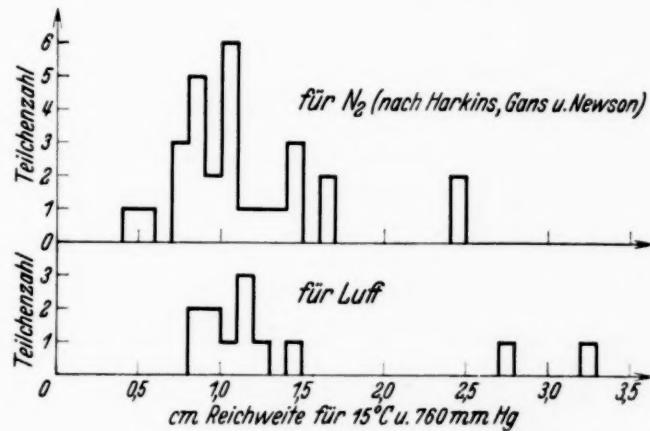


Fig. 4. Häufigkeitsverteilung  
der Bahnlängen der Umwandlungsprodukte aus dem Gas.

zu entnehmen. Hier ist als Abszisse die Reichweite in Normalluft und als Ordinate die Häufigkeit der beobachteten Reichweite abgetragen. Die obere Häufigkeitsverteilung in Fig. 4 ist Messungen von Harkins,

<sup>1)</sup> Streng genommen wäre noch die Richtungsverteilung der austretenden Teilchen zu berücksichtigen gewesen (Lambertsches Gesetz). Dies schien jedoch in Anbetracht der erheblichen statistischen Schwankungen nicht lohnend.

Gans und Newson<sup>1)</sup> entnommen und zum Vergleich hier wiedergegeben. Die Übereinstimmung ist sehr gut, obwohl Harkins und Mitarbeiter mit anderer  $\alpha$ -Quelle (Ms Th und Th X bzw. Rd Th) gearbeitet haben. Die längste beobachtete Bahn eines Atomrestes betrug 0,55 cm, das dazugehörige  $\alpha$ -Teilchen hatte eine Reichweite von 3,28 cm. Beide Bahnen bildeten einen Winkel von 145° miteinander. Daraus bestimmte sich nach Harkins und Mitarbeiter<sup>1)</sup> unter Zugrundelegung der dort angegebenen Massen und der Annahme einer  ${}^7N^{14}$ -Umwandlung die Energie des stoßenden Neutrons zu  $14,45 \cdot 10^6$  e-Volt und der Energieverlust ( $\gamma$ -Strahlung nach Harkins) zu  $7,44 \cdot 10^6$  e-Volt.

Vergleicht man die Häufigkeiten der Umwandlungen in Al und im Gas und berücksichtigt die Verschiedenheit der wirksamen Schichtdicken und Neutronenintensitäten in den beiden Fällen, so ergibt sich, daß der Wirkungsquerschnitt von Al einige Male größer ist, als der von Sauerstoff und Stickstoff.

**6. Zusammenfassung.** In der Wilson-Kammer wurde Al mit Neutronen beschossen. Als Umwandlungsprodukte fanden sich Protonen von maximal etwa 9 cm Reichweite sowie eine geringe Zahl von  $\alpha$ -Teilchen, deren Ursprung noch nicht völlig gesichert ist.

Einige Umwandlungen in der Luft wurden ebenfalls beobachtet.

Durch Vergleich der Häufigkeiten der Umwandlungen in Al und Luft ergab sich für Al ein größerer Wirkungsquerschnitt als für Luft.

Herrn Prof. Dr. W. Bothe habe ich für seine fördernden Ratschläge und freundliche Hilfe sehr zu danken. Auch Herrn Dr. R. Fleischmann danke ich für wertvolle Diskussionen. Für die Untersuchung wurden Mittel benutzt, welche die Deutsche Forschungsgemeinschaft und die Helmholtz-Gesellschaft Herrn Prof. Bothe zur Verfügung gestellt haben. Dank gebührt auch der I. G. Farbenindustrie für kostenlose Überlassung von Filmmaterial.

Heidelberg, Institut für Physik am Kaiser Wilhelm-Institut für medizinische Forschung, im April 1935.

---

<sup>1)</sup> W. D. Harkins, D. M. Gans und H. W. Newson, Phys. Rev. 44, 529, 1933.

## Gleichzeitigkeit und Relativitätstheorie. III<sup>1)</sup>.

Von **K. Vogtherr** in Karlsruhe.

(Eingegangen am 1. April 1935.)

### *III. Die Erklärung der physikalischen Tatsachen.*

Es liegt auch rein physikalisch betrachtet keine Veranlassung vor, die bisherigen Begriffe von Zeit, Raum, Kausalität und Naturwirklichkeit zu verlassen (selbst wenn dies erkenntnistheoretisch möglich wäre) und sie durch neue, „den Tatsachen besser angepaßte“ zu ersetzen. Von einer durch die experimentelle Forschung herbeigeführten Notlage, welche dazu zwinge, die genannten Grundbegriffe abzuändern, wie man dies in relativitätstheoretischen Schriften und Vorträgen immer zu hören bekommt<sup>2)</sup>), kann gar keine Rede sein. Denn die von so hervorragenden Forschern, wie Hertz, Lenard, Michelson, Stokes u. a. vertretene *Hypothese des an der Erdoberfläche mitbewegten Äthers* vermag alle experimentellen Tatsachen, die zur Aufstellung der Relativitätstheorie Veranlassung gegeben haben, befriedigend zu erklären. Welches sind denn diese experimentellen Erfahrungen, wenn man sie ohne Voreingenommenheit und ohne jedes theoretische Beiwerk betrachtet? Es sind drei verschiedene Tatsachen über die Lichtbewegung, nämlich

1. die Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle, und zwar gilt dies für die Fortpflanzung irdischen Lichtes an der Erdoberfläche ebenso wie für die des Sternenlichtes im Weltraum (de Sitter, Stark, Sagnac);

---

<sup>1)</sup> Siehe die vorhergehenden Artikel in ZS. f. Phys. **94**, 261, 785, 1935. —

<sup>2)</sup> So sagt W. Heisenberg in seinem Vortrag auf der Naturforscherversammlung in Hannover, die Relativitätstheorie sei uns „durch die Natur aufgezwungen worden“ . . . „Diese Theorie war aus einer Notlage heraus entstanden. Die klassische Physik geriet bei dem Versuch der konsequenteren Deutung gewisser subtler Experimente — insbesondere des berühmten Experiments von Michelson — in Widersprüche. Ihre außerordentliche Bedeutung liegt in erster Linie in der ganz unerwarteten Erkenntnis, daß die konsequente Verfolgung des von der klassischen Physik vorgezeichneten Weges die Abänderung der Grundlagen dieser Physik erzwingt“ (Naturwissensch. **22**, 669, 1934). — Ebenso H. Reichenbach: „In diesem Falle schienen alle bisher benutzten gedanklichen Methoden zu versagen . . . Der Widerspruch der optischen Versuche war nicht mehr im Rahmen der alten Erkenntnisbegriffe lösbar, und es bedurfte einer philosophischen Analyse des Raum- und Zeitbegriffs, um die relativistische Physik aufbauen zu können“ (Logos, Bd. 10, S. 352).

2. die Lichtgeschwindigkeit an der Erdoberfläche hat, bezogen auf diese, stets nach allen Richtungen den gleichen Wert, abgesehen von dem Einfluß der Erdrotation (Michelson-Versuch, Versuch von Michelson und Gale);

3. der aus dem Weltraum in den Bereich der bewegten Erde eindringende Lichtstrahl wird von der Erdbewegung seitlich nicht abgelenkt (Aberration).

Das ist aber auch alles. Niemals ist bis jetzt durch ein Experiment bestätigt worden, daß das Licht in allen im *gleichen* Raum gegeneinander bewegten Inertialsystemen die gleiche Geschwindigkeit nach allen Richtungen hat, oder daß auch nur die Messung des Quotienten Lichtweg : Lichtzeit in allen diesen Systemen die gleiche Verhältniszahl ergibt und daß die elektrischen und optischen Experimente in allen diesen Systemen sich in genau gleicher Weise abspielen. Es ist dies nur eine von der Relativitätstheorie aufgestellte unbewiesene Hypothese, aber *keine Tatsache*, und zudem eine Hypothese, die, wie wir sahen, auf ganz absurde Konsequenzen führt, so daß alle bisherige Erfahrung ebenso wie die Natur unseres Denkens von vornherein dagegen spricht.

Man pflegt gegen die Hypothese des mitgeführten Äthers einzuwenden, daß für sie ein Widerspruch zwischen dem *Experiment von Fizeau* über die Mitführung des Lichtes in strömenden Flüssigkeiten und strömender Luft und dem *Experiment von Michelson* bestehe, welch letzteres für die Mitführung des Äthers an der Erdoberfläche spricht, während ersteres zeige, daß bewegte Luft den Äther nicht mitzuführen vermag<sup>1)</sup>. In der Tat liegt hier kein Widerspruch vor, sondern nur eine voreilige Verallgemeinerung. Aus dem Umstand, daß die Luft der Atmosphäre den Äther nicht mitzuführen vermag (was übrigens auch nur zutrifft, wenn es erlaubt ist, die Verhältnisse in der engen Röhre des Versuchs auf die mächtige freie Erdatmosphäre zu übertragen), darf man nicht schließen, daß der Äther überhaupt nicht mitgeführt und auch nicht mitbewegt sein kann<sup>2)</sup>. Es muß ja keineswegs gerade die Lufthülle der Erde für die Mitbewegung des Äthers verantwortlich gemacht werden; wahrscheinlicher ist, daß hier die Gravitation eine Rolle spielt, und daß es die Schwerkraft ist, welche den Äther *mitsamt* der Luft an der Erdoberfläche festhält.

Ferner soll ein Widerspruch bestehen zwischen dem Versuch von Michelson und der *Aberration der Gestirne*, da bei mitgeführtem Äther eine Aberration nicht auftreten könne. Dies mag der Fall sein, wenn man an

<sup>1)</sup> So spricht z. B. H. Reichenbach von dem „Widerspruch der beiden optischen Versuche“ (von Fizeau und Michelson), der „das Ausgangsproblem der speziellen Relativitätstheorie“ sei (Logos **10**, 351, 1921/22. — <sup>2)</sup> Siehe Naturw. Wochenschr. **20**, 393, 1921.

der überlieferten Wellenlehre des Lichtes streng festhält. Man ist jedoch neuerdings unabhängig von dem hier besprochenen Tatsachenkomplex darauf geführt worden, der strahlenden Energie Trägheit zuzusprechen und eine Art Synthese zwischen Emissions- und Undulationstheorie des Lichtes einzuführen. Diese Trägheit der strahlenden Energie vermag, wie uns scheint, auch die Aberration zu erklären, indem die von der Ätherbewegung geforderte seitliche Ablenkung des Lichtstrahles (der Energiebahn der Lichtwellen) durch Trägheit zunächst verhindert wird<sup>1)</sup>. Wenn das Licht in gewissem Sinne „korpuskulare Eigenschaften“ zeigt, wie dies die Vertreter der Relativitätstheorie selbst annehmen<sup>2)</sup>, warum soll dann nicht auch die Aberration eine Manifestierung dieser „korpuskularen Eigenschaften“ sein? — wodurch alles ohne weitere Komplikationen sich erklärt und die Relativitätstheorie mitsamt ihrer unverständlichen Zeitrelativierung überflüssig wird<sup>3)</sup>.

Stellt man sich den Weltraum erfüllt mit einer Flüssigkeit vor, die bis an die Oberfläche der Gestirne reicht, und diese Flüssigkeit der allgemeinen Gravitation unterworfen, so wird sie bestimmte Strömungen aufweisen. Man gewinnt so einen mathematisch brauchbaren Ansatz für die Hypothese der Ätherbewegung bzw. der gegenseitigen Bewegung der regionalen Systeme konstanter Lichtgeschwindigkeit. Denkt man sich die gedachte Flüssigkeit reibungslos, so wird sie vermutlich die Drehbewegung der Erde nicht mitmachen, sondern nur deren Translationsbewegung um die Sonne<sup>4)</sup>. Genau so kann man sich die Strömungen des den Weltraum erfüllenden Äthers vorstellen, womit nicht gesagt sein soll, daß der Äther sonst irgendeine

<sup>1)</sup> Siehe K. Vogtherr, Astr. Nachr. Nr. 5203, 1922 und Nr. 5317, 1924 sowie Naturw. Wochenschr. **21**, 20, 1922. Der Fizeau-Versuch wird dabei ohne Mitführung des Äthers in der üblichen Weise nach der Elektronentheorie von Lorentz erklärt. Ebenso macht das Dopplersche Prinzip keine Schwierigkeiten. — Eine kurz zusammenfassende Darstellung der Hypothese des mitbewegten Äthers findet sich in Grimsehls Lehrbuch der Physik, 6. Aufl., Bd. II [2], 1934, herausgegeben von R. Tomaschek. — <sup>2)</sup> So auch W. Heisenberg in seinem Vortrag auf der Naturforscherversammlung l. c., S. 670. Ebenso sagt der Relativist A. S. Eddington: „Die Frage, ob elektrische Energie, die nicht an elektrische Ladungen gebunden ist, Masse besitzt, muß beim Licht bejaht werden“ (Raum, Zeit, Schwere, S. 64). — <sup>3)</sup> Es ist in diesem Zusammenhang interessant, daß seinerzeit H. A. Lorentz, welcher durch seine Theorie vom ruhenden Weltäther der Vorläufer Einsteins wurde, das Bekenntnis ablegte: „Ich muß gestehen, daß mich bisweilen die Furcht befällt, wir seien (mit der Theorie vom ruhenden Äther) ganz auf den verkehrten Weg geraten“ (Verh. d. 70. Naturforschervers. Düsseldorf 1898, S. 57). — <sup>4)</sup> Damit wäre Übereinstimmung mit dem Versuch von Michelson und Gale hergestellt, welcher zeigte, daß die Lichtbewegung an der Rotation der Erde nicht teilnimmt (siehe Naturwissensch. 1925, S. 485).

Ähnlichkeit mit einer Flüssigkeit zu haben braucht. Man kann auch die Vorstellung eines substantiellen Äthers dabei ganz fallen lassen und nur den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Gravitation und Lichtbewegung festhalten. Auf einen solchen Zusammenhang führt auch folgende Überlegung: Das Gravitationsfeld der Erde wird von der Erde mitgeführt, es ist praktisch nur in der Umgebung der Erdkugel vorhanden. Die Bewegung einer irdischen Lichtquelle beeinflußt das Gravitationsfeld der Erde nicht. Das Gravitationsfeld im interstellaren Raum, das durch Zusammenwirken zahlloser einzelner Gravitationskräfte entsteht, wird von den einzelnen zueinander bewegten Gestirnen nicht mitgeführt. Ebenso wird das dynamische Bezugssystem der Lichtgeschwindigkeit, zu welchem diese konstant ist, von der Erde in deren Umgebung mitgeführt, es ist unabhängig von der Bewegung einer irdischen Lichtquelle, und im interstellaren Raum ist es unabhängig von der Bewegung des das Licht emittierenden Gestirns. Es liegt nahe, beiden Feldern dasselbe physische Substrat zugrunde zu legen, zum mindesten läßt sich sagen, daß durch solche Überlegungen ein Zusammenhang zwischen Gravitation und Lichtbewegung bzw. dem elektromagnetischen Feld wahrscheinlich gemacht wird.

Da wir annehmen, daß die Gestirne, ebenso wie die Erde, den Äther ihrer Umgebung mit sich führen, so ergibt sich eine Krümmung des Lichtstrahles beim Übergang aus dem mitgeführten Äther in den Weltraumäther, welche eine scheinbare Verschiebung des Weltkörpers in der Bewegungsrichtung desselben zur Folge hat. Legt man die Tangenten an den abgehenden und ankommenden Strahl und fällt man von deren Schnittpunkt eine Senkrechte auf die gerade Verbindungsline Stern—Beobachter, bezeichnet man ferner die dem Stern anliegende Kathete mit  $a$ , so erhält man für den Ablenkungswinkel mit genügender Näherung die Formel

$$\varepsilon = \frac{v \cdot a}{c \cdot (s - a)} \quad (\text{in Bogenmaß}),$$

wobei  $a$  von der Mächtigkeit und Schichtung des mitgeführten Äthers und vom transversalen Mitführungskoeffizienten des Lichtes abhängig ist ( $v$  = Geschwindigkeit des Gestirns gegenüber dem Weltäther senkrecht zum Visionsradius,  $s$  = Entfernung,  $c$  = Lichtgeschwindigkeit).

Setzt man einen geschätzten Wert für  $a$  ein, so ergibt sich, daß die Ablenkung für Venus oder Mars in Erdnähe möglicherweise bis zu  $1''$  und darüber ansteigt und eventuell beobachtbar wäre. Genaueres ist durch Rechnung nicht zu ermitteln, da  $a$  nicht bekannt ist.

Die Hypothese, daß der Äther an der Erdoberfläche ruht, bzw. an der Translation der Erde um die Sonne teilnimmt, ermöglicht nun eine Be-

*stimmung der Glz. an der Erdoberfläche* mit Licht- oder elektrischen Signalen, welche auch dem Bewegungszustand des Äthers Rechnung trägt, also eine Bestimmung mit der höchsten zur Zeit erreichbaren theoretischen und praktischen Genauigkeit. Diese Ermittlung bleibt allerdings so lange hypothetisch, bis die Hypothesen, auf welchen sie beruht, eine Verifikation durch Beobachtung und Experiment erfahren haben. Diese Verifikation ist aber theoretisch und wahrscheinlich in Zukunft bei weiterer Verfeinerung unserer experimentellen Methoden auch praktisch möglich<sup>1)</sup>. Die Glz.-Ermittlung ist also auch mit Lichtsignalen prinzipiell durchführbar, und sie unterscheidet sich grundsätzlich in nichts von anderen physikalischen Feststellungen, welche gewisse Hypothesen zur Voraussetzung haben. Mit einer frei gewählten Festsetzung hat sie nichts zu tun.

Aber abgesehen davon, welche dieser Hypothesen zutreffen und wie es sich mit der Lichtbewegung im einzelnen verhalten mag, erscheint es auf alle Fälle richtiger, anstatt unsere Vorstellungen von Zeit, Raum und Wirklichkeit zu komplizieren, die Komplikation in den physikalischen Vorgängen und deren Zusammenwirken zu suchen. Auf diesem Gebiet hat man bei gründlichem Forschen bisher stets aufklärende Entdeckungen gemacht, die Ergründung der Fundamente und Voraussetzungen naturwissenschaftlicher Erkenntnis aber vermag der Physiker nur im Zusammenwirken mit der philosophischen Forschung und unter Beachtung des von ihr Geleisteten zu fördern. Allerdings kann er dabei verlangen, daß diese über ein gründliches Wissen der naturwissenschaftlichen Ergebnisse, Probleme und Forschungsmethoden verfügt, damit sie ihn nicht mit unverständlichem Wortschwall langweilt, sondern Vertiefung und Förderung auch auf seinem eigenen Gebiet zu bieten vermag.

Wir kommen somit zu dem Ergebnis, daß die Hypothese von den verschiedenen gleichzeitigen Systemzeiten abgelehnt werden muß, und zwar, um es kurz zu wiederholen, in der Hauptsache aus folgenden Gründen:

1. Weil sie eine gänzlich unanschauliche Vorstellung von „Zeit“ einführt, während die absolute, d. h. eindeutige Zeit, wie ausgeführt, eine anschaulich völlig klare und exakte Vorstellung ist; weil die unmittelbare Anschauung, wie gezeigt, die eindeutige Gleichzeitigkeit als einen *nwendigen*, andere Gleichzeitigkeiten ausschließenden Ordnungsbegriff auf-

<sup>1)</sup> Man kann z. B. daran denken, durch den möglichst empfindlich gemachten Kondensatorversuch nach Trouton-Noble die von der Erdrotation herrührende Komponente der Ätherbewegung nachzuweisen. Vgl. R. Tomaszek, Ann. d. Phys. **78**, 743, 1925; **80**, 509, 1926 und Probl. d. Glz., S. 115.

weist; weil ferner eine Änderung im Ablauf der Uhren nicht die Zeit selbst ändert, sondern physikalische Vorgänge *innerhalb* der Zeit.

2. Weil der Begriff einer relativen und doch prinzipiell feststellbaren, also realen Glz. notwendig auf den Begriff einer relativen, vom Beobachter oder Bezugskörper abhängigen Realität und damit zur Zerstörung des Wirklichkeitsbegriffes führt. Drastisch zeigt sich dies an den physikalisch unmöglichen Vorgängen und Beziehungen, die beim Übergang von einem berechtigten System zu einem anderen auftreten würden.

3. Weil die mit dieser Annahme von relativer Zeit verknüpfte Theorie mit der richtig verallgemeinerten sonstigen Naturerfahrung nicht übereinstimmt, welche lehrt, daß Bewegungen auf ein dynamisches Bezugssystem gesetzmäßig zu beziehen sind, daß reale Veränderungen reale Ursachen haben, und welche dem Relativitätsprinzip, wonach die Trägheitsbewegung keinen Einfluß auf physikalische Vorgänge hat, auch für bewegte Uhren keine Ausnahme gestattet.

4. Weil keine unabweisbaren physikalischen Tatsachen eine solche Auffassung von „Zeit“ zwingend fordern, vielmehr alle Beobachtungen und Experimente sich auch auf Grund der bisherigen eindeutigen Zeitauffassung erklären lassen, wobei diese Erklärung obendrein weniger Hypothesen und keine derart gekünstelten Annahmen benötigt. Kurz gesagt: *weil diese neue Zeitauffassung eine ganz unnötige Komplikation schafft.*

#### *IV. Der absolute Raum und die absolute Zeit.*

Man hat geglaubt, das Problem der Glz. an verschiedenen Orten durch die Analogie mit der Gleichartigkeit zu verschiedenen Zeiten aufhellen zu können, indem man behauptete, daß die eindeutige, absolute Feststellung im einen Falle ebenso unmöglich sei wie im andern<sup>1)</sup>, und hat es dabei mit der Frage des absoluten Raumes und der absoluten Bewegung im Sinne Newtons in Verbindung gebracht. Würde man eine Beobachtung machen, die mit dem Einsteinschen Relativitätsprinzip nicht übereinstimmt, z. B. einen positiven Ausfall des Michelson-Versuchs feststellen, so hätte man — wurde behauptet — eine absolute Bewegung festgestellt, daher sei ersteres ebenso unwahrscheinlich wie letzteres<sup>2)</sup>. Es versteht sich aber von selbst,

<sup>1)</sup> Siehe A. S. Eddington, Raum, Zeit, Schwere, 1923, S. 53. — <sup>2)</sup> So sagt J. Jeans: „Eine ‚wahre‘ Zeit setzt das Vorhandensein eines im Raum ruhenden Körpers voraus. Und wir haben nicht nur keine Mittel, um festzustellen, wann ein Körper im Raum ruht, sondern alles spricht dafür, daß diese Aussage überhaupt sinnlos ist ... Das besagt, daß ein Ereignis in der Zeit ebensowenig auf objektive Art lokalisiert werden kann wie im Raum. Infolgedessen gab Einstein die Begriffe des absoluten und objektiven Raumes

daß Bewegung gegen den Äther bzw. das ausgezeichnete System konstanter Lichtgeschwindigkeit keine Absolutbewegung im strengen Newtonschen Sinne ist, sondern ebenso eine *gegenseitige* Bewegung zweier physikalischer Gegenstände *zueinander*, wie irgendeine andere festgestellte Bewegung. Dies trifft zu, auch wenn der Weltäther als in sich unbewegt, d. h. ohne gegenseitige Bewegung seiner Gebiete, vorgestellt wird, um so einleuchtender aber ist es, wenn Bewegungen der einzelnen Äthergebiete gegeneinander angenommen werden. Die Begründung der Relativitätstheorie durch die Unzulässigkeit des Begriffs einer Absolutbewegung ist also aus der Luft gegriffen, und die Ablehnung des Relativitätsprinzips in der Einsteinschen Fassung keineswegs gleichbedeutend mit der Anerkennung einer Absolutbewegung im Sinne Newtons, was besonders betont werden muß.

Ferner muß gesagt werden, daß der Analogieschluß: es wird sich mit der Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten ebenso verhalten wie mit der Gleichartigkeit von Ereignissen zu verschiedenen Zeiten, welche je nach dem Bezugskörper verschieden ausfällt, fehlgeht. Da könnte man ebensogut schließen: weil der Raum drei Dimensionen hat, wird es sich mit der Zeit vermutlich ebenso verhalten. Die Begründung wäre in beiden Fällen die gleiche, nämlich eine *vorausgesetzte*, bis ins einzelne gehende Analogie zwischen Zeit und Raum. Durch derartige Fehlschlüsse kann die Heterogenität von Zeit und Raum gewiß nicht aus der Welt geschafft werden. Zu der Gleichartigkeit von Ereignissen zu verschiedenen Zeiten ist aber noch folgendes zu sagen: Da der Ort als *gegenseitige* Lage und *gegenseitiger* Abstand der physikalischen Gegenstände, Körper, Ereignisse definiert werden muß (ebenso wie die Bewegung als *gegenseitige* Lage- und Abstandsänderung), so bedeutet gleicher Ort gleiche gegenseitige Lage und Abstand

---

und einer ebensolchen Zeit auf ... Die Natur kennt nur Relativgeschwindigkeiten; es gibt keinen festen Hintergrund von Raumpunkten, in bezug auf den eine Bewegung in absoluten Größen gemessen werden kann, und folglich (!) auch keinen absoluten Zeitstrom, relativ zu welchem sich Zeitintervalle messen lassen. Von dieser Grundhypothese geht die Relativitätstheorie aus ... Sollte sich je das Gegenteil herausstellen (daß nämlich ein Experiment dem Einsteinischen Relativitätsprinzip widerspricht), so wäre es sogleich möglich, eine absolute Geschwindigkeit im Raum zu messen und die fragliche Beobachtung würde uns ein absolutes Raum-Zeitgerüst liefern“ (S. 109, l. c.). Ebenso A. S. Eddington: „Es zeigt sich, daß der physikalische Raum und die physikalische Zeit in engem Zusammenhang mit der Bewegung des Beobachters stehen“. (Raum, Zeit, Schrewe, 1923, S. V.) Man halte dagegen die Behauptung H. Reichenbachs, daß „die Relativität der Glz. mit der Relativität der Bewegung überhaupt nichts zu tun hat“, woraus hervorgeht, daß die Anhänger Einsteins sich über die Grundfragen der Theorie noch nicht geeinigt haben. Vgl. dazu auch Probl. d. Glz., S. 54.

zweier, dreier, . . ., usw. Gegenstände bzw. Ereignisse. Es kommt also darauf an, wieviel Gegenstände man in den Begriff „gleicher Ort“ einbezogen sich denken will. Sind es z. B. drei Gegenstände, so liegt Gleichartigkeit zu verschiedenen Zeiten vor, wenn die Abstände dieser drei Gegenstände wieder die gleichen geworden sind. Zieht man *alle* Gegenstände der Welt in den Begriff ein, so ist Gleichartigkeit in folgenden Zeiten, d. h. die Wiederkehr gleicher Abstände aller Dinge und Ereignisse, allerdings praktisch unmöglich, theoretisch aber denkbar. Wichtig ist nun, daß bei dieser Fassung des Begriffs die Gleichartigkeit eindeutig („absolut“), unabhängig vom Bezugskörper und prinzipiell feststellbar geworden ist, wie wir das gleiche auch von der Glz. behaupten. Die in der Relativitätstheorie gesuchte und nur vermeintlich gefundene Analogie liegt also bei richtiger Auffassung in der Tat vor, aber mit entgegengesetzter Bedeutung. Mit dem absoluten Raum Newtons jedoch hat die „absolute“, d. h. eindeutige (invariante), Zeit und Glz. in dem hier gemeinten Sinne nicht das Geringste zu tun, und diejenigen, welche glauben, die absolute Zeit durch Hinweis auf den absoluten Raum und die absolute Bewegung in Mißkredit bringen zu können, geraten in den Verdacht, durch bloßen Wortgleichklang sich täuschen zu lassen.

#### *V. Das Relativitätsprinzip.*

Der Schluß: die elektromagnetischen, optischen und mechanischen Vorgänge gehen in allen im *gleichen* Raum gegeneinander bewegten Inertialsystemen in gleicher Weise vor sich und es gilt ein *Relativitätsprinzip* in diesem Sinne, denn sonst könnte man durch Experimente absolute gleichförmige Translationsbewegung feststellen — ist also, wie gesagt, ein Fehlschluß. Es müßte heißen: sonst könnte man eine Bewegung gegen den Äther bzw. gegen ein durch konstante Lichtgeschwindigkeit ausgezeichnetes System feststellen, was doch etwas anderes ist als Absolutbewegung im Sinne Newtons. Dieser Schluß macht die Voraussetzung, daß es keinen Äther bzw. kein ausgezeichnetes System konstanter Lichtgeschwindigkeit geben kann, ohne daß dafür eine hinreichende Begründung beigebracht wird. Es fehlt der Beweis, daß die Annahme der Nichtexistenz des Äthers bzw. eines ausgezeichneten Systems konstanter Lichtgeschwindigkeit und der Unmöglichkeit einer Bewegung gegen dasselbe eine vernünftige ist und die Wahrscheinlichkeit für sich hat.

Es muß auch betont werden, daß die Äthervorstellung und die Erklärung, wie sie hier den beobachteten Tatsachen gegeben wird, keineswegs dem Relativitätsprinzip als solchem widerspricht, sondern nur dem Relativitätsprinzip in der Fassung, die ihm die Relativitätstheorie gegeben hat.

Denn das Relativitätsprinzip behauptet seinem eigentlichen Sinne nach nur, daß die Trägheitsbewegung ohne Einfluß auf physikalische Vorgänge ist und daß es unmöglich sei, aus Beobachtungen einen Schluß auf absolute Translationsbewegung zu ziehen. Damit steht auch die oben gegebene Erklärung der Tatsachen, wie nicht näher ausgeführt zu werden braucht, in Übereinstimmung. Auch nach unserer Auffassung gelten in zueinander bewegten Inertialsystemen die gleichen Naturgesetze, nur darf man den Äther und seinen Bewegungszustand dabei nicht vergessen. Das eigentliche Relativitätsprinzip bleibt also gewahrt (sogar besser als in der Relativitätstheorie), wenn schon das durch Beobachtungen nicht gestützte Einstein'sche Relativitätsprinzip verworfen wird.

Einstein begründet seine Fassung des Relativitätsprinzips, welche der Ausgangspunkt der ganzen Theorie ist, mit folgendem Satz: „Daß . . . ein Prinzip von so großer Allgemeinheit, welches auf einem Erscheinungsgebiet mit solcher Exaktheit gilt (gemeint ist das Relativitätsprinzip in der Mechanik), einem anderen Erscheinungsgebiet (der Elektrodynamik) gegenüber versage, ist a priori wenig wahrscheinlich“<sup>1)</sup>. Er verallgemeinert also das Relativitätsprinzip der Mechanik und erhebt es zu allgemeiner Gültigkeit. Mit gleichem Recht kann man aber auch behaupten: daß ein Gesetz von so großer Allgemeinheit wie dasjenige, wonach Bewegungen und Fortpflanzungen auf ein dynamisches Bezugssystem gesetzmäßig bezogen werden müssen und nur ihm gegenüber Konstanz der Geschwindigkeit besteht, ein Gesetz, das auf dem ganzen Gebiet der Mechanik mit solcher Exaktheit gilt, auf einem anderen Erscheinungsgebiet (der Optik und Elektrizitätslehre) versage, ist a priori wenig wahrscheinlich. Und ebenso kann man mit gleichem Recht behaupten: Es ist a priori wenig wahrscheinlich, daß ein Prinzip von so umfassender Geltung wie das Kausalprinzip, wonach reale Veränderungen reale Ursachen haben, allein gegenüber bewegten Uhren versage<sup>2)</sup>.

Wer nun den ersten Satz in der Weise durchführt, daß er gegen den zweiten und dritten verstößt, hat offensichtlich nichts gewonnen und, anstatt eine einheitliche Erklärung der Naturvorgänge zu erreichen, die Schwierigkeiten einer solchen vermehrt. Er verfehlt sich selbst gegen das Erkenntnisprinzip, auf welches er sich im ersten Satze stützt, und hebt dadurch die Begründung auf. Es ist klar, wo hier der Fehler steckt: er besteht darin, daß die Analogieschlüsse am unpassenden Orte angebracht werden, so daß sie mit anderen nicht minder berechtigten Analogieschlüssen

<sup>1)</sup> Über die spez. u. allg. Relativitätstheorie, 5. Aufl., S. 9. — <sup>2)</sup> Vgl. ZS. f. Phys. **94**, 273, 274. 1935.

in Konflikt geraten. Eine Erklärung der experimentellen Tatsachen, welche *allen drei Sätzen* gerecht wird, hat gegenüber einer Deutung, welche die zwei letzten Sätze opfert, um den ersten durchzuführen, die dreifache Übermacht der Beweisgründe auf ihrer Seite.

### *VI. Die allgemeine Relativitätstheorie.*

Es wird behauptet, daß in dem vierdimensionalen Kontinuum der *allgemeinen Relativitätstheorie* die Relativität und Vieldeutigkeit der räumlich-zeitlichen Abmessungen der speziellen Theorie durch die Invarianz des „vierdimensionalen Abstandes“ zweier Ereignisse aufgehoben sei. Aber es wird dies nur auf formal-mathematischem Wege und unter Verzicht auf jegliche Anschaulichkeit erreicht. So haben zwei Ereignisse, die durch ein direktes Lichtsignal verbunden werden können, in der vierdimensionalen „Welt“ den vierdimensionalen Abstand  $s = 0$ , also *keinen* Abstand, obwohl sie an ganz verschiedenen Stellen des Raums vor sich gehen und obwohl das eine notwendig früher als das andere stattfindet, woraus der nur formal-mathematische Charakter und die gekünstelte Konstruktion dieser „Welt“ deutlich hervorgeht. Ferner beachte man folgendes: Wenn die Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  den vierdimensionalen Abstand  $s = 0$  haben und wenn das gleiche von den Ereignissen  $E_2$  und  $E_3$  gilt, so können dennoch die Ereignisse  $E_1$  und  $E_3$  einen von Null verschiedenen endlichen Abstand haben, weil das direkte Lichtsignal von  $E_1$  nach dem Ort von  $E_3$  früher ankommt, wie dasjenige, welches den Umweg über  $E_2$  macht und von hier nach  $E_3$  reflektiert wird. Ein „Kontinuum“, in dem die Punkte  $A$  und  $B$  und ebenso die Punkte  $B$  und  $C$  zusammenfallen und die Punkte  $A$  und  $C$  dennoch einen endlichen Abstand haben sollen, muß aber grundsätzlich abgelehnt werden, weil ein solches Verhalten mit den Begriffen von Punkt und Abstand, welche *anschauliche* Denkgebilde sind, mit denen man nicht nach Belieben verfahren kann, in Widerspruch steht<sup>1)</sup>.

Da die tiefe Wesensverschiedenheit von Raum und Zeit durch derartige rechnerische Kunstgriffe sich nicht aus der Welt schaffen läßt, so vermag auch die allgemeine Relativitätstheorie ein eigentliches Verständnis der Naturwirklichkeit nicht zu vermitteln. Das unvorstellbare vierdimensionale Raum-Zeitkontinuum vermittelt nur eine rechnerische Ordnung der Ereignisse im unserem Kopfe und ist dem Verfahren ähnlich, das man in

<sup>1)</sup> Vgl. dazu F. Sandgathe, l. c. S. 116. „Für die Vierheit“ — heißt es dort — „gilt also gar nicht der für den Raum selbstverständliche Satz: Zwei Punkte, die beide von einem dritten Punkt keinen Abstand haben, haben auch untereinander keinen Abstand. Damit verliert die Vierheit als Existenzform der Ereignisse jede Ähnlichkeit mit dem Raum und wird unvorstellbar“.

graphischen Fahrplänen anwendet, in welchen zu einer Raumdimension die Zeit in Gestalt einer zweiten Raumdimension hinzugefügt wird. Diese zweidimensionale „Raum-Zeitwelt“, in welcher Raum und Zeit Dimensionen gleicher Art sind, ist ein brauchbares Symbol wirklicher Verhältnisse für den, der einen solchen Fahrplan zu benutzen versteht, sie existiert aber nicht etwa in der Wirklichkeit. Wollte man dem entsprechend die vierdimensionale Raum-Zeitwelt Einsteins nur als eine allerdings gänzlich unanschauliche Darstellung des Weltverlaufs ansehen und ihre Beziehung zur wirklichen Welt der Beziehung eines graphischen Eisenbahnfahrplans zur wirklichen Zugsbewegung oder einer Dampfdruckkurve zum wirklichen Dampfdruck analog setzen, so wäre nicht viel dagegen einzuwenden. Aber die Relativitätstheoretiker wären damit wohl nicht zufrieden, denn sie glauben mit der „Vierheit“ einen Blick hinter die Geheimnisse der Natur zu tun. Sie messen der vierdimensionalen „Welt“ eine tiefere, gleichsam metaphysische Bedeutung bei, sie soll der wirklichen Natur näher stehen als das bisherige Weltbild<sup>1)</sup>. *Für die nüchterne Betrachtung ist dies eine auf Abwege geratene Metaphysik*, für sie ist die allgemeine Relativitätstheorie ein System von mathematischen Symbolen, im wesentlichen ein Zahlengefüge, welchem die Dinge und Ereignisse in der wirklichen Welt irgendwie entsprechen sollen. Es fragt sich nur, welche Deutung man den Symbolen gibt und ob überhaupt eine Deutung möglich ist ohne Verstoß gegen gewisse für jede Naturwissenschaft wesentliche und unaufhebbare Grundvorstellungen von Raum, Zeit, Kausalität und Wirklichkeit.

Dazu kommt noch, daß die allgemeine Relativitätstheorie mit den von der Astronomie ermittelten Tatsachen nicht mehr genügend übereinstimmt.

<sup>1)</sup> „Einstein und seine Anhänger wollen in der Vierheit die von der Natur geschaffene, wahre Existenzform der Ereignisse sehen. Wie für unsere Anschauungen die Körper im Raume sind, so denkt man sich anscheinend die Ereignisse von der allerdings ganz unanschaulichen Vierheit umfaßt und getragen. Daß sich für unsere Anschauung die Vierheit nur zerspalten in Raum und Zeit darstellt, das ist für sie gewissermaßen eine optische Täuschung“. (F. Sandgathe, I. e., S. 120). Und dementsprechend der Relativist J. Jeans: „Die Natur weiß also nichts von einer Trennung von Raum und Zeit; sie hat es einzig mit dem vierdimensionalen Kontinuum zu tun, in dem Raum und Zeit unlöslich zusammengeschweißt sind zu dem Produkt, das wir als Raum-Zeit bezeichnen könnten. Unsere menschlichen Brillen zerfallen dies Kontinuum in Raum und Zeit und führen eine unechte (!) Unterscheidung zwischen ihnen ein, ähnlich wie eine astigmatische Brille das Sehfeld des normalen Menschen in eine Horizontale und eine Vertikale teilt . . .“ (S. 117 a. a. O.). Ebenso A. S. Eddington: „In diese absolute (vierdimensionale) Welt der Relativitätstheorie muß man eindringen, wenn man nach der Wahrheit über die Natur strebt“ (Raum, Zeit, Schwere, S. 46).

Die Beobachtungen anlässlich der letzten Sonnenfinsternis haben ergeben, daß die tatsächliche *Lichtablenkung* am Sonnenrande von dem von der Relativitätstheorie geforderten Betrag ziemlich stark abweicht ( $2,2''$  gegen  $(1,75'')$ , so daß man von einer Bestätigung der Theorie durch die Beobachtung nicht mehr reden kann<sup>1)</sup>). Der Gegner erblickte schon zuvor in der Lichtablenkung nicht einen Beweis für die nicht-euklidische Beschaffenheit des physikalischen Raumes, sondern eher für die Existenz des Äthers. Denn es ist keineswegs verwunderlich, daß der Äther, wenn er existiert, in der Nähe derart gewaltiger Massen eine Modifikation seiner Beschaffenheit erfährt, welche dann auf die Lichtfortpflanzung Einfluß nehmen und eine Krümmung der Lichtbahn hervorrufen kann. Zeit- und Raumverzerrungen sind auch hier überflüssig.

Es wird zuweilen die Ansicht vertreten, daß die Relativitätstheorie mit der Lehre Kants von der „Idealität“ des Raumes und der Zeit als Anschauungsformen übereinstimme und auf physikalischem Gebiet das gleiche durchführe, was Kant auf philosophischem Gebiet geleistet habe. Aber diese Ansicht ist unrichtig und verrät eine mangelhafte Kenntnis einer dieser Lehren oder beider. Wenn Kant lehrt, daß der Zeit (und dem Raume) keine absolute, transzendentale Realität zu komme, so ist dies etwas ganz anderes, als Einstein meint, wenn er sagt, daß „dem Inbegriff gleichzeitiger Ereignisse nichts Reales entspreche“ und daß durch die Relativitätstheorie „dem Raume und der Zeit der letzte Rest physikalischer Gegenständlichkeit genommen sei“<sup>2)</sup>. Denn Kant versteht dabei die Realität im *metaphysischen* Sinne, im Sinne des *An-sich-Seins*, Einstein dagegen die Realität im *empirischen* Sinne, im Sinne der Physik, die Kant im Gegenteil der Zeit ausdrücklich zuerkennt. Denn er sagt: „Unsere Behauptungen lehren demnach die empirische Realität der Zeit, d. i. objektive Gültigkeit in Ansehung aller Gegenstände, die jemals unseren Sinnen gegeben werden mögen ... Dagegen streiten wir der Zeit allen Anspruch auf absolute Realität ab, da sie nämlich, auch ohne auf die Form unserer sinnlichen Anschauung Rücksicht zu nehmen, schlechthin den Dingen als Bedingung oder Eigenschaft anhinge ... Hierin besteht also die transzendentale Idealität der Zeit, nach welcher sie, wenn man von den subjektiven Bedingungen der sinnlichen Anschauung abstrahiert, gar nichts ist“<sup>3)</sup>. — Es wäre also ein Mißverständnis im Hinblick auf die Idealität der Zeit als Anschauungsform, eine Übereinstimmung Kants mit der Relativitätstheorie herausfinden zu wollen, denn in dieser ist die „empirische Realität“ der Zeit gemeint und diese soll aufgehoben werden, während Kant im Gegenteil die empirische Realität, also physikalische Gegenständlichkeit der Zeit ausdrücklich bestätigt. *Kants Zeit- und Raumlehre sind mit der Relativitätstheorie unvereinbar*, denn von der erkenntnistheoretischen Stellung des Raumes gilt nach Kant das gleiche wie von der der Zeit.

Für unsere Untersuchung konnte die Frage der „transzentalen Idealität“ der Zeit, die Frage, ob und auf welche Weise etwa der Zeit unserer Vorstellung außerdem ein *An-sich-Sein* zu komme, als ein metaphysisches Problem außer

<sup>1)</sup> Siehe Naturwissensch. **20**, 50, 1932. — <sup>2)</sup> Forum Philosoph., 1. c. und Ann. d. Phys. **49**, 776, 1916. — <sup>3)</sup> Krit. d. reinen Vernunft, Ausg. Reclam, S. 62.

Betracht bleiben. Wir hatten es hier nur mit der „empirischen Realität“ der Zeit zu tun, mit der Zeit, die zur physischen Realität, zu der auf menschliche Erkenntnis bezogenen Naturwirklichkeit gehört. Der Gegensatz: kritischer Realismus—kritischer Idealismus liegt *jenseits* dieser Betrachtungen. Beide erkenntnistheoretische Grundeinstellungen vertragen sich mit unserer Auffassung und unseren Ergebnissen gleich gut.

### VII. Sinnliche und reine Anschauung.

Man pflegt den Gegnern der Relativitätstheorie entgegenzuhalten, daß gerade das Denken, welches sich über die anschauliche Welt erhebt, uns zu neuen Erkenntnissen verhilft, besonders wenn es sich des unfehlbaren Werkzeugs der Mathematik zu bedienen versteht; daß dagegen die Berufung auf die Anschauung in der engen Sphäre der sinnlichen Eindrücke und des aus ihnen abgezogenen gewohnheitsmäßigen Denkens befangen bleibt, und daß die angeblich unbedingt sicheren, ausnahmslos gültigen, auf Anschauung sich berufenden Sätze nur Einbildung eines in Gewohnheit, Herkommen und Überlieferung erstarrten Denkens seien<sup>1)</sup>. Kein größeres Mißverständnis läßt sich denken! Gewiß soll und muß der Verstand sich über die Sinnenwelt der Wahrnehmungen, über die *sinnliche* Anschauung erheben, aber *gerade dazu verhilft ihm ja jene reine, unsinnliche Verstandesanuschauung*, jenes intuitive, den Begriffen vorhergehende, sie erst konstruierende und zugleich legitimierende Denken, aus welchem Mathematik, Geometrie und reine Zeitlehre sich herleiten. Diese „reine Anschauung“, dieses unmittelbare, schauende Erfassen erster, für die gesamte Wissenschaft grundlegender Ordnungsbeziehungen mit *sinnlicher* Anschaulichkeit, d. h. sinnlicher Wahrnehmung oder deren Erinnerungsbildern und daraus abgezogenen Vorstellungen, zu verwechseln oder gleichzusetzen, das ist der fundamentale Irrtum, der hier eine Verständigung so sehr erschwert<sup>2)</sup>. Die Frage nach der Existenz und erkenntnistheoretischen Be-

<sup>1)</sup> So sagt Einstein: „Begriffe, welche sich bei der Ordnung der Dinge als nützlich erwiesen haben, erlangen über uns leicht eine solche Autorität, daß wir ihres irdischen Ursprungs vergessen und sie als unabänderliche Gegebenheiten hinnehmen. Sie werden dann zu Denknotwendigkeiten, Gegebenem a priori usw. gestempelt. Der Weg des wissenschaftlichen Fortschritts wird durch solche Irrtümer oft für lange Zeit ungangbar gemacht“ (Phys. ZS. **17**, 101, 1916). Vgl. dazu Probl. d. Glz., S. 43 und S. 26, Abs. 3.

<sup>2)</sup> So sagt z. B. M. Born: „Die Relativierung der Begriffe ‚Unten‘ und ‚Oben‘ durch die Entdeckung der Kugelgestalt der Erde hat den Zeitgenossen sicherlich nicht geringere Schwierigkeiten bereitet (wie heutigentags die der Glz.). Auch hier widersprach das Ergebnis der Forschung einer aus dem unmittelbaren Erlebnis geschöpften Anschauung“ (S. 183, l. c.). Dieser Vergleich geht völlig fehl und übersieht gerade das Wichtigste, nämlich, daß die Relativität von Oben und Unten nur der *sinnlichen* Anschauung widerstreitet, daher unser

deutung einer reinen Anschauung ist in der Tat der Kernpunkt des vorliegenden Problems, also die Frage, ob es unmittelbar einleuchtende, unbedingt sichere und ausnahmslos geltende Urteile über die Zeit gibt — oder, ob es solche Sätze nicht geben kann. Für letzteres haben Einstein und seine Anhänger bisher keinen Beweis beigebracht, was sie hier sagen, sind bloße Behauptungen; für ersteres glauben wir im Vorhergehenden<sup>1)</sup> den Nachweis erbracht zu haben. Es steht damit in Übereinstimmung, daß auch auf anderen, verwandten Gebieten, auf denen des Raumes, der Zahl, der Größe, Stetigkeit, Reihenanordnung und anderer allgemeinster Relationen, gewisse Anschauungen uns gegeben sind, die nicht aus sinnlichen Wahrnehmungen *allein* stammen können (wiewohl sie *bei Gelegenheit* entsprechender sinnlicher Wahrnehmungen oder Vorstellungen sich einstellen mögen), auch nicht aus Abstraktionen aus sinnlich Erlebtem und die dennoch Gültigkeit beanspruchen. So ist z. B. der mathematische Punkt ein Gebilde, das nicht sinnlich erlebbar ist, auch nicht aus sinnlichen Wahrnehmungen abstrahierbar und dennoch kein willkürliches Erzeugnis des Denkens, kein Phantasieprodukt, sondern ein *notwendiges* Gebilde unserer Raumanschauung, ein Nichts, das dennoch Bedeutung hat, auch Bedeutung für die physische Wirklichkeit der Dinge. Hierher gehört ferner die unendliche Teilbarkeit der Strecke, die Gleichheit der Erstreckung an verschiedenen Stellen (Kongruenz), die Stetigkeit und Unbegrenztheit des Raumes usw. Es kann nicht bestritten werden, daß wir diese Vorstellungen haben, daß ihnen der An-

---

Urteil vom Verstände belehrt werden kann und mit Recht eines Besseren belehrt wird. Die Relativität der Glz. dagegen widerstreitet der *reinen* Anschauung, also *dem Verstände selbst* und kann daher als unvollziehbare Vorstellung von ihm unmöglich angenommen werden. Die Idee der Glz. hat ihren Ursprung nicht wie der Begriff des Oben und Unten in einem sinnlichen Erlebnis, sie ist vielmehr eine Funktion des Verstandes, für die eine sinnliche Vorstellung nur die Anregung und Gelegenheit geben mag. — Die gleiche mangelnde Unterscheidung von sinnlicher und reiner Anschauung spricht auch aus den Worten M. Plancks: „Unsere Anschauungen müssen sich eben nach den Ergebnissen der Formel richten, nicht umgekehrt“. — Gewiß, die *sinnlichen* Vorstellungen, die wir uns vom Naturgeschehen machen, müssen sich nach den Ergebnissen der Formel und Rechnung richten, soweit überhaupt sinnliche Imagination hier noch folgen kann. Aber die Formeln selbst müssen sich nach den *reinen Anschauungen* richten, dürfen und können ihnen niemals widersprechen, weil diese die Quelle sind, aus der alle mathematische Erkenntnis sich herleitet. Die konstitutiven Prinzipien der Naturerkenntnis können als „Bedingungen der Erfahrung“ nicht durch irgendwelche konkrete Naturerfahrung korrigiert oder aufgehoben werden, auch nicht, wenn sie sich mathematischer Formeln bedient. Die *sinnliche* Anschaulichkeit ist in der Physik entbehrlich, die *reine* Anschauung kann es niemals sein. (Vgl. auch „Ist die Schwerkraft relativ?“, Ann. 44.)

<sup>1)</sup> Siehe ZS. f. Phys. **94**, 785, 1935.

spruch auf Geltung innwohnt und daß ihnen eine grundlegende Bedeutung für die Naturwirklichkeit und damit für die Physik zukommt. Beruht doch auf ihnen die ganze Differential- und Integralgeometrie. Und ebenso wenig läßt sich leugnen, daß diese Begriffe nicht aus sinnlichen Wahrnehmungen abstrahiert werden können, wiewohl sinnliche Erlebnisse zu ihrer Bildung anregen mögen. So ist z. B. der Raum (als Ganzes) *notwendig* überall unbegrenzt und stetig, ein unstetiger oder begrenzter Raum ein unvollziehbarer Gedanke, ein bloßes Aneinanderhängen von Worten. Erfahrung aber (im üblichen engeren Sinne) läßt uns immer nur einen Teil des Raumes kennenlernen und könnte stets durch verfeinerte und verbesserte Beobachtung, durch Eindringen in größere Fernen oder kleinere Gebiete, als sie bisher den Sinnen zugänglich waren, korrigiert oder umgestoßen werden. Da es also anschauliche, aber nicht aus sinnlicher Wahrnehmung *allein* stammende Begriffe sind, so muß für das sie produzierende Vermögen ein besonderer Terminus: „reine Anschauung“ oder „Verstandesanschauung“ oder „synthetisches, konstruktives Denken“ eingeführt werden.

Auch die Glz. mittels des undehnbaren Fadens ist ein Gebilde solch „reiner Anschauung“, dieses konstruktiven, zwangsmäßig synthetischen Denkens, sie ist *die* Glz. schlechthin. Was der Begriff Glz. meint, ist seinem ganzen Inhalt nach durch sie repräsentiert. Der Faden ist dabei eigentlich entbehrlich und nur ein der sinnlichen Anschauung entlehntes Hilfsmittel, nicht anders, wie die Zeichnung ein der sinnlichen Anschauung entlehntes Hilfsmittel der geometrischen „Anschauung“, d. h. des geometrischen, konstruktiven, schauenden Denkens ist. Und ebenso wie die physische Zeichnung notwendig ihren räumlichen Fehler hat, dem geometrischen Gebilde niemals adäquat ist, so hat auch der physische Faden seinen zeitlichen Fehler. Wie wir dort von der Dicke der gezeichneten Linie, von der räumlichen Ausdehnung der Punkte absehen müssen, so hier von der Dehnbarkeit des physischen Fadens, von der physischen Unmöglichkeit, einen Impuls ohne Zeitaufwand zu übertragen. Man kann daher das im Vorhergehenden angegebene Verfahren dem des Geometers vergleichen, der nach vergeblichem Grübeln über ein Problem dieses dadurch löst, daß er eine Zeichnung zur Unterstützung der Anschauung entwirft. Der Unterschied ist nur der, daß in diesem Falle das Verfahren der „Zeichnung“ selbst zu finden war, worauf dann alles Weitere ohne Mühe sich ergibt.

### VIII. Zusammenfassung.

Das Ergebnis unserer Untersuchung über den Glz.-Begriff und die Relativitätstheorie ist mit wenigen Worten gesagt Folgendes:

1. Die Erfahrungsgrundlage der Relativitätstheorie ist unsicher. Zwingende Erfahrungen, welche auf sie führen würden, liegen nicht vor.

2. Die Glz. ist prinzipiell durch physikalische Methoden feststellbar und also eine reale Beziehung. Die physikalische Zeit ist nicht einer Konvention unterworfen, d. h. es ist nicht Zweckmäßigkeitserwägungen überlassen, was als gleichzeitig zu gelten hat.

3. Die Glz. ist kein relativer Begriff, weil die relative oder System-Glz. unbedingt sicheren Urteilen über die objektive Zeit widerspricht und, aufgefaßt als reale Beziehung, mit dem Begriff der physischen Realität, welcher Eindeutigkeit fordert, unvereinbar ist.

Die Relativitätstheorie ist also nicht eine von verschiedenen möglichen Hypothesen zur Bewältigung eines bestimmten physikalischen Tatsachenkomplexes, sondern sie widerspricht unserer *notwendigen* Vorstellung von Zeit und Realität und ist daher abzulehnen.

Auch der Gegner zollt dem konstruktiven Scharfsinn und der mathematischen Virtuosität Anerkennung, mit denen hier ein die gesamte Physik umfassendes theoretisches Gebäude errichtet wurde. Aber er vermag sich nicht davon zu überzeugen, daß ihm die Relativitätstheorie neue sichere oder auch nur wahrscheinlich richtige Erkenntnisse über die physikalische Zeit und physikalische Wirklichkeit vermittelt. Vielmehr erblickt er in ihr ein System mathematischer Fiktionen und der daraus sich ergebenden Folgerungen. Da eine gegenteilige Auffassung weit verbreitet ist, erscheint es wichtig, auf die ferneren Konsequenzen der Theorie und die großen Zusammenhänge hinzuweisen und vor allem diejenigen darüber aufzuklären, welche sich von der architektonischen Schönheit der mathematischen Fassade haben blenden lassen.

## Eichinvarianz und Lichtgeschwindigkeit.

Von **Herbert Jehle** in Stuttgart.

(Eingegangen am 18. April 1935.)

Es wird hier eine mehr oder weniger bekannte dimensionstheoretische Fassung des Eichinvarianzprinzips angegeben und daraus ein Schluß auf die Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit gezogen.

### 1. Eichinvarianzprinzip<sup>1)</sup>.

*Nur reine Zahlen, nicht aber dimensionsbehaftete Größen, haben in der Physik eichinvariante Bedeutung.* Jeder physikalische Tatbestand läßt sich in Verhältnisgrößen (Variablen und Konstanten) ausdrücken.

*Erläuterungen.* Nach diesem Prinzip müssen sich alle in der Physik auftretenden Dimensionen (Maßeinheiten) eindeutig aufeinander, d. h. auf Potenzen einer einzigen, die dann nur noch rein praktische Bedeutung hat, reduzieren lassen. Diese letztere Formulierung kann man auch *Eichkorianzprinzip* heißen, bei welchem nur eine einzige Eichvariable („Grundvariable“, z. B. Längeneinheit) zugelassen ist. Zum praktischen Gebrauch ist es meist zweckmäßig, die dimensionsbehaftete Schreibweise zu benutzen.

Die Reduktion zweier Maßeinheiten aufeinander soll immer *eindeutig* möglich sein bis auf einen dimensionslosen konstanten Faktor, den man dann zweckmäßig auf 1 normiert. Diese eindeutige Reduktion geschieht nicht mittels eines willkürlich herausgegriffenen Experiments [Reduktion sec  $\rightarrow \sqrt{\text{cm}}$  mittels des Sekundenpendels; Reduktion Krafteinheit  $\rightarrow \text{CGS}$  mittels des Ausschlags einer Normalfederwaage; Reduktion g  $\rightarrow \text{cm}^3$  mittels 1 cm<sup>3</sup> Wasser als Masseneinheit; Reduktion der Ladungseinheit auf das CGS-System elektrostatisch oder (?) elektromagnetisch], sondern *vermittelst eines Postulates* (Reduktion sec  $\rightarrow \text{cm}$  mittels Lichtgeschwindigkeit = 1 auf Grund der speziellen Relativitätstheorie; Reduktion Kraft  $\rightarrow \text{CGS}$  vermittelst der Newtonschen Definition Kraft = Masse · Beschleunigung; Reduktion g  $\rightarrow \text{cm}$  mittels Gravitationskonstante = 1 auf Grund der allgemeinen Relativitätstheorie; Reduktion Ladungseinheit  $\rightarrow \text{cm}$ , z. B. vermittelst einer einheitlichen Feldtheorie, welche das Elektron erklärt), welches eher eine Definition als ein universelles Gesetz genannt

---

<sup>1)</sup> Dasselbe wurde in etwas anderer Form von Eddington, Weyl und Planck vertreten. Vgl. auch F. London, Phys. ZS. **23**, 262, 289, 1922 und dortige Zitate.

werden kann. Selbstverständlich ist diese eindeutige Reduktion immer nur auf Grund einer Theorie möglich, welche den Zusammenhang der mit den in Frage stehenden Dimensionen behafteten Größen vollständig erklärt.

Die historische Entwicklung der Physik zeigt die Tendenz der Reduktion der physikalischen Größen und damit der Dimensionen aufeinander. Es sei an dieser Stelle auch auf den quantenmechanischen  $\psi$ -Vektor (bzw. Funktion) hingewiesen, bei welchem die Normierungsbedingung ausdrückt, daß nur die durch reine Zahlen ausdrückbaren Verhältnisse der verschiedenen  $\psi$ -Komponenten im Hilbert-Raum physikalischer Wirklichkeit entsprechen.

Selbstverständlich hat dies Prinzip nichts zu tun mit der manchmal anzutreffenden ungenauen Ausdrucksweise, man solle z. B. die Temperatur als dimensionslos ( $273$  statt  $273^0$  C) auffassen. Auch sprach man sonst oft nicht von der Dimension einer Größe (z. B.  $g_{uv}$  in  $\text{cm}^2$ , falls  $d x^r$  dimensionslos), obwohl dieselben dimensionsbehaftet waren.

*Begründung.* Wir betonen den axiomatischen Charakter dieses Prinzips, und begründen es nicht aus einem Ähnlichkeitsprinzip oder aus dem Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit oder dergleichen, sondern legen es allein durch folgendes nahe:

In eine physikalische Theorie gehen neben den zugrunde liegenden Prinzipien Größen ein, zwischen welchen Beziehungen bestehen. Sind alle Größen einer physikalischen Theorie untereinander durch (samt ihren Konstanten verstandene, d. h. aus Prinzipien folgende) Gleichungen verbunden und hängen nicht mehr zwei- oder dreierlei verschiedene Komplexe von unter sich zusammenhängenden Größen zusammenhangslos in der Luft (Masse, Energie, Länge, Zeit; dann elektromagnetische Größen; dann Temperaturgrößen), so können wir die Theorie befriedigend nennen. Mit der Herstellung des vollständigen Zusammenhangs aller physikalischen Größen ist es aber überflüssig geworden, diesen Größen noch Dimensionen anzuhängen.

Mit anderen Worten: Die Einführung einer neuen Dimension in der theoretischen Physik war jeweils nur eine *Ausrede* (aber eine sehr zweckmäßige) dafür, daß man vorerst nicht wußte, was die zugehörige Größe gegenüber den anderen ist. Man führte dann für diese Größe ein Maßsystem ein, indem man die betreffende Größe mit anderen Quantitäten derselben Qualität (Dimension) verglich, weil man diese Größe nicht vollständig durch die schon bekannten Größen „anderer“ Qualität ausdrücken konnte.

## 2. Zur Lichtgeschwindigkeit.

Wir befassen uns hier nicht mit der Frage nach der Veränderlichkeit der in beliebigen Koordinaten (also  $g_{\mu\nu} \neq \delta_{\mu\nu}$ ) ausgedrückten Lichtgeschwindigkeit  $dx/dt$ , sondern wir fragen danach, ob sich theoretisch schon etwas aussagen läßt über die Konstanz oder Nichtkonstanz der mittels Maßstab und Uhr ausgemessenen Lichtgeschwindigkeit an beliebigen Weltpunkten.

Will man das Eichinvarianzprinzip garantiert haben, so muß es eine universelle Umrechnung  $1 \text{ sec} = K \text{ cm}$  geben. Nur ein universeller Vorgang kann dazu benutzt werden, diese Reduktion von sec auf cm festzulegen. Dies ist nach der speziellen Relativitätstheorie der Lichtausbreitungsvorgang  $ds = 0$  (keine Dispersion im leeren Raum), man postuliert also die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Dadurch ist also der Zusammenhang zwischen Längeneinheit und Zeitmaßeinheit definiert (z. B. Längeneinheit  $= 10^6 \lambda_{\text{Cd}}$ ; dann wird Zeiteinheit  $= 10^6 \frac{\lambda_{\text{Cd}}}{c} = \text{Zeit des Lichtes zum Durchlaufen der Längeneinheit} = 10^6 \text{ Perioden des Lichtes}$ ).

Ist aber nach Messungsergebnissen die Lichtgeschwindigkeit variabel, dann ist Länge und Zeit mit solchen Apparaten (z. B. astronomische Uhr) gemessen, bei denen das Eichinvarianzprinzip nicht garantiert ist, und die darum nicht zur Längen- bzw. Zeitdefinition geeignet sind. Es bleibt dann noch die Frage, wo nunmehr die Ursache der Variabilität dieser „Lichtgeschwindigkeit“ liegt, falls die Messungen zutreffen<sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Vgl. Nature **134**, 771, 1934.

## Die Eigenschaften reeller Gase auf Grund der thermodynamischen Zustandsgleichung.

### V. Kompressibilität des Heliums unterhalb des kritischen Zustandes im Intervall von $4,34^{\circ}\text{K}$ bis $2,59^{\circ}\text{K}$ .

Von **Witold Jacyna** in Leningrad.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 18. März 1935.)

Die mit Hilfe der thermodynamischen Zustandsgleichung  $vp = R\psi + pf(t, p)$  auf Grund der Versuchsdaten von Kamerlingh Onnes und Boks unterhalb von  $5^{\circ}\text{K}$  durchgeführten Berechnungen der He-Isothermen sind durch die neuen Untersuchungen von Keesom und Kraak bestätigt. Es werden die Resultate besprochen und tabellarisch bzw. graphisch verglichen.

Die mit Hilfe der *nicht vereinfachten* thermodynamischen Zustandsgleichung<sup>1)</sup>

$$vp = R\psi + ap(10\psi_0 - t)(1 - e^{\eta}) \quad (1)$$

berechneten Werte der Volumenarbeit<sup>2)</sup>  $vp$  zeigen im niedrigsten Temperaturgebiet einige Abweichungen von den früheren von Kamerlingh Onnes und Boks<sup>3)</sup> gegebenen Daten (vgl. Fig. 1, auch Tabelle 1). Im allgemeinen liegen diese Abweichungen innerhalb der Fehlergrenzen.

Nur bei etwa 1 Atm. auf der Isotherme  $4,34^{\circ}\text{K}$  (mit  $\psi_0 = 273,22^{\circ}\text{K}$ ) und bei  $p \leqq 0,05$  Atm. auf der Isotherme  $2,7^{\circ}\text{K}$  zeigen die berechneten  $vp$ -Werte im Vergleich mit den von den genannten Forschern experimentell bestimmten Werten *relativ* große Differenzen. Dabei konnte man in keiner Weise die obenerwähnten Diskrepanzen mit Hilfe z. B. der vorläufigen Änderung der jeweiligen Koeffizienten und Konstanten u. dgl. beseitigen, weil diese Abweichungen durch den theoretisch geforderten speziellen Charakter der benutzten Funktionen verursacht sind.

Neuerdings haben Keesom und Kraak<sup>4)</sup> die Versuche über Kompressibilität des Heliums unterhalb des kritischen Zustandes wiederholt mit Resultaten, durch welche unsere Berechnungen bestätigt sind. In der Tabelle 1 sind die Versuchsdaten von Kamerlingh Onnes und Boks

<sup>1)</sup> Diese Form ist für sämtliche Temperaturen, aber nur für mäßige Drücke  $p \leqq 100$  Atm. brauchbar. — <sup>2)</sup> Wir haben früher diese Größe als die „Volumenenergie“ bezeichnet. — <sup>3)</sup> H. Kamerlingh Onnes und J. D. A. Boks, Comm. Leiden No. 170b, 1924. Siehe auch Proc. Fourth Int. Congress of Refrigeration 1, 81a und 189a, 1924. — <sup>4)</sup> W. H. Keesom u. H. H. Kraak, Physica 2, 37, 1935; auch Onnes, Comm. No. 234.

(Zeile  $\otimes$ ) und von Keesom und Kraak (Zeile  $\times$ ) mit den von uns berechneten (Zeile  $\circ$ ) für die Isothermen 4,34, 3,85, 3,53, 3,22, 2,70 und 2,59° K (stets in der Skale  $\psi_0 = 273,22^0$  K) für verschiedene Drucke etwa von 0,3 bis 1 Atm. zusammengestellt und in der Fig. 1 zahlenmäßig verglichen. Bei der Berechnung sind die folgenden Funktionen maßgebend:

1. Die „*Basisfunktion*“

$$B'_p = \frac{p^x - p_q^x}{p_k^x}, \quad (2)$$

wobei  $p_k$  bzw.  $p_q$  den *kritischen* bzw. „*Kompensationsdruck*“ (d. h. den Druck, der der Kompensationslinie  $B'_p = 0$  entspricht) bedeutet und

$$p_q^x = 5,42 \psi e^{-0,0839 \psi} \quad (3)$$

ist; das Maximum für den „*Kompensationsdruck*“  $p_q$  tritt etwa bei der doppelten kritischen Temperatur  $2 \psi_k$  auf;

2. die „*Niederdruckfunktion*“

$$B''_p = e^{-\frac{p_\pi}{p}}, \quad (4)$$

wobei

$$p_\pi = x^4 p_q = \frac{p_q}{4^4} = \frac{p_q}{256} \quad (5)$$

ist; offenbar ist die Funktion  $B''_p$  nur bei hinreichend niedrigen Drucken von Eins verschieden;

3. die „*Temperaturfunktion*“

$$B_t = \psi - 32 + \frac{1500}{\psi - \psi_\pi}, \quad (6)$$

wo  $\psi_\pi = 0,17^0$  K ist; diese faßt die drei Temperaturgebiete, das *hohe*, *mittlere* und *niedrige*, in der Zustandsgleichung zusammen; und

4. die „*kritische Funktion*“

$$B_k = 1 + y B'_p - x' B'_k, \quad (7)$$

wobei die Funktion

$$y = \frac{\psi}{\psi_k} e^{-\frac{\psi}{\psi_k}}$$

ein Maximum bei der kritischen Temperatur  $\psi_k$  hat,  $x' = 1/3,60$  den *strengeren* Wert des Exponenten  $x \simeq \frac{1}{4}$  bedeutet; die Funktion

$$B'_k = \left[ \left( \frac{p_k}{p} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\psi_k}{\psi} - 1 \right)^2 \right]^{\frac{p_\pi}{p_q}},$$

die im allgemeinen gleich Eins ist, verschwindet aber in unmittelbarer Nähe des kritischen Zustandes.

Tabelle 1. Die Volumenarbeit  $vp/(v_0 p_0)_{0^\circ\text{C}; 1\text{Atm}}$  des Heliums. Temperatur  $(p_0 = 273.2)$ ,  $v_0 = 273.2$ ,  $p_0 = 1$ .  
 Zeile (◎) exp. nach H. Kamerlingh Onnes und I. D. A. B. (×) er-  
 Zeile (○) ber. gemäß Landsgl.

$\psi = 2,59^0 \text{ K}$		$\psi = 2,70^0 \text{ K}$		$\psi = 3,22^0 \text{ K}$	
$p \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$	$p \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$	$p \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$
0 ⊙ × ○	0,0090 <sub>5</sub> — 0,0094 <sub>7</sub>	0	0,0094 <sub>1</sub> 0,0094 <sub>4</sub> 0,0098 <sub>8</sub>	0	0,0 0,0 0,0
200 exp. ⊙ exp. × ber. ○	— — 0,0092	200	— 0,0096 —	200	— 0,0
{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= -				
500 exp. ⊙ exp. × ber. ○	— 0,0086 0,0085	318	0,0091 0,0093 0,0094 — 2	500	— — 0,0
{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= 1				
700 exp. ⊙ exp. × ber. ○	— 0,0084 0,0082	502	0,0087 <sub>5</sub> 0,0091 0,0090 <sub>5</sub> — 1,5	840	— 0,0 0,0
{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= 2				
671 exp. ⊙ exp. × ber. ○	— 0,0086 0,0090 0,0087			1050	— 0,0 0,0
{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= 1				
1200 exp. ⊙ exp. × ber. ○	— 0,01 0,01				exp. exp. ber. exp. —
{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	=				

s Heißtemperaturintervall von 4,34 bis 2,59° K

$273,2 \text{ K} = 0^\circ \text{C}$ ; 1 Atm. = 57904 mkg).

A. B. (x) exp. nach H. W. Keesom und H. H. Kraak,

gemäß Landsgleichung (1).

K	$\psi = 3,53^0 \text{ K}$		$\psi = 3,85^0 \text{ K}$		$\psi = 4,34^0 \text{ K}$	
	$v_0 p_0 / 10^4 \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$	$p \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$	$p \text{ kg/m}^2$	$v p / (v_0 p_0) \text{ 1 Atm.}$
0,0	0,0124 <sub>5</sub>			0,0136 <sub>2</sub>		0,0154 <sub>5</sub>
0,0	—	0		—	0	0,0155
0,0	0,0129 <sub>2</sub>			0,0140 <sub>9</sub>		0,0158 <sub>8</sub>
0,0	—	200		—	200	—
0,0	0,0128 <sub>7</sub>	—		0,0140 <sub>5</sub>	—	0,0158 <sub>6</sub>
0,0	—	500		—	500	—
0,0	0,0127	—		0,0139	—	0,0157 <sub>5</sub>
0,0	—	1000		—	1000	—
0,0	0,0122 <sub>5</sub>	—		0,0134 <sub>5</sub>	—	0,0155
0,0	—	1640		0,0129	1860	—
0,0	0,0112 <sub>5</sub>	—		0,0129		0,0148
0,0	0,0110	—		0,0129		0,0150
0,0	2,5			0		— 2
0,0	0,0110			0,0123		0,0145
0,0	—	2845		0,0124 <sub>5</sub>	2800	0,0145
0,0	0,0108	2		0,0122		0,0145
10 <sup>4</sup> =				1,5		0
exp. ⊙	0,0104			0,0115		0,0140 <sub>5</sub>
exp. ×	—			0,0118 <sub>5</sub>		0,0141 <sub>5</sub>
ber. ○	0,0104			0,0115		0,0141
(exp. - (vp) <sub>ber.</sub> ) 10 <sup>4</sup>	—			1,5		0
5890	exp. ⊙			0,0107		0,0140
	exp. ×			0,0112		0,0139
	ber. ○			0,0109 <sub>5</sub>		0,0139
	{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= 0				0,5
6850	exp. ⊙			0,0127		0,0127
	exp. ×			0,0131 <sub>5</sub>		0,0131 <sub>5</sub>
	ber. ○			0,0128		0,0128
	{(vp) <sub>exp.</sub> - (vp) <sub>ber.</sub> } 10 <sup>4</sup>	= 1				

Es sind in der vorliegenden Arbeit die sämtlichen Funktionen als die im Exponent  $\eta$  auftretenden Faktoren bestimmt<sup>1)</sup>, d. h. es ist angenommen

$$\eta = b B_t B'_p B''_p B_k, \quad (8)$$

wobei  $b = -0,0230$  ist.

Der Zusammenhang zwischen den früheren  $(vp)'$ -Daten von Kamerlingh Onnes und Boks und den neuen  $v_A p$ -Werten von Keesom und

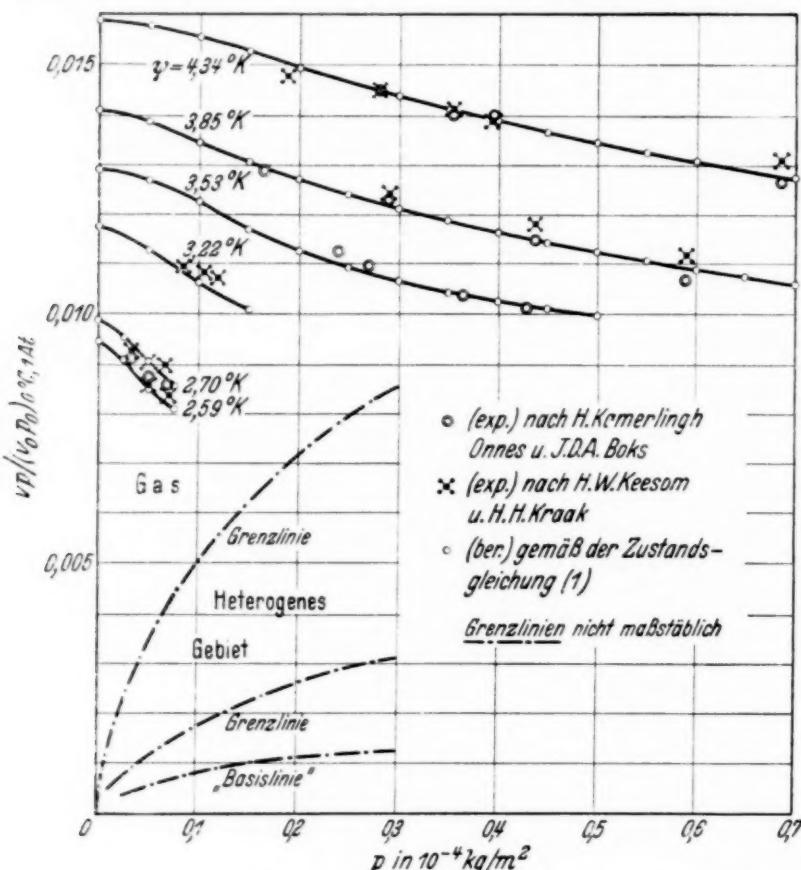


Fig. 1. Die Helium-Isothermen im Intervall von 4,34 bis 2,59° K  
( $v_0 = 273,22^\circ$  K).

Kraak sind für nicht zu kleine Dichten  $d_A$  mit Hilfe der Formeln von Keesom und Kraak (l. c.)

$$\left. \begin{aligned} (vp)' - v_A p &= D_A d_A^4 \\ \text{oder auch} \quad (vp)' - v_A p &= 0,000056 d_A \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

dargestellt.

<sup>1)</sup> Bei der anderen Fassung ist die Basisfunktion  $B'_p$  unmittelbar zur Bestimmung der „Volumenabweichung“  $\Delta v = f(t, p)$  benutzt, indem die Zustandsgleichung die Form  $vp = R \psi \{1 + (\frac{p}{p_q} - 1)e^\eta\}$  mit  $\eta = b B_t B_k$  annimmt.

Diese Fassung erhält auch eine sehr starke theoretische Begründung und die obenerwähnte Form ist auch für große Drucke geeignet.

Schließlich ist aus der Tabelle 1 sowie aus der Fig. 1 leicht ersichtlich, daß die ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Experiment bei den Isothermen 4,34, 3,85 und 3,53° K auftritt. Letztere sind auch am besten erforscht. Bei den übrigen Temperaturen zeigt die merkliche Abweichung die Isotherme von 3,22° K bei etwa 0,1 Atm. Freilich sind bei sämtlichen Versuchsdaten von Keesom und Kraak die Krümmungen fast vollständig nivelliert: nur die obenerwähnte Isotherme 3,22° K (bzw. 3,095° K gemäß der Leidener Temperaturskale von 1932) hat eine kleine Krümmung. Demgegenüber sind die auf Grund der Zustandsgleichung (1) berechneten Isothermen überall gekrümmmt. Ähnliche Krümmungen sind auch experimental, wenigstens in einigen Fällen, nachweisbar. Diese Frage ist eng mit der Berechnung der  $\psi_0$ -Werte verbunden und läßt sich auch mit Hilfe der Virialkoeffizienten versinnlichen: es ist nämlich auf Grund der Tabelle 1 und Fig. 1 ersichtlich, daß der erste Virialkoeffizient ( $A_A$  nach Keesom und Kraak u. a.) jedenfalls größer ist als man dies mit den alten  $\psi_0$ -Werten (von 273,09 bis 278,15° K) berechnen kann. Für diese Schlußfolgerung spricht der allgemeine Gang der Isothermen im Diagramm bei den Temperaturen 4,34, 3,85, 3,53, 2,70 und 2,59° K; übrigens folgt dies auch aus dem Verhalten des zweiten Virialkoeffizienten ( $B_A$ ), welcher von Keesom und Kraak (l. c.) neuerdings nachgewiesen wurde.

Leningrad, März 1935.

## Der $\psi_0$ -Wert auf Grund der neuen Zustandsgleichung.

Von **Witold Jacyna** in Leningrad.

(Eingegangen am 18. März 1935.)

Der berechnete  $\psi_0$ -Wert unterscheidet sich vom früheren Wert  $273,215^0$  K um  $0,005^0$  K, d. h. stimmt mit dem von uns im Jahre 1934 angenommenen Wert  $\psi_0 = 273,22$  vollständig überein.

Früher haben wir mit Hilfe nur einer einzigen Extrapolation der Volumenarbeit  $vp$  von 1 Atm. bis  $p = 0$  bei der Isotherme von  $0^0$  C allein die absolute (Kelvin-) Temperatur des normalen Wassergefrierpunktes zu  $273,215^0$  K berechnet<sup>1)</sup>. Die neue Zustandsgleichung<sup>2)</sup>, welche bis zu etwa  $0,17^0$  K für sämtliche Drucke  $0 \leqq p \leqq 100$  Atm. gilt,

$$\text{wobei} \quad vp = R\psi + ap(10\psi_0 - t)(1 - e^\eta), \quad (1)$$

$$a = 0,051085, \quad \psi_0 = 273,22, \quad R = 211,82, \quad \eta = bB_t B_p B_k, \quad b = -0,0230 \\ \text{und } B_p = B'_p B''_p$$

ist, ergibt für den Normalzustand ( $0^0$  C, 760 mm Hg)

$$\text{folglich}^3) \quad B_t = 246,5, \quad B_p = 0,815 \quad \text{und} \quad B_k = 0,722, \quad (2)$$

$$\eta_{0^0\text{C}, 1\text{Atm.}} = -3,33 \quad (3)$$

und ebenfalls auf Grund der Zustandsgleichung (1)

$$\psi_0 = \frac{(v_0 p_0)_{1\text{Atm.}} - 10ap\psi_0(1 - e^\eta)}{R} = \frac{1}{\alpha_{0^0\text{C}, 1\text{Atm.}}} - \frac{10a}{R}p\psi_0(1 - e^\eta). \quad (4)$$

Daraus erhält man mit früheren  $\alpha_{0^0\text{C}, 1\text{Atm.}}$ -Wert<sup>4)</sup> und mit Rücksicht auf die Werte (1) und (3)

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{1}{0,0036582} - \frac{10 \cdot 0,051085}{211,82} \cdot 10333 \cdot 273,22 \cdot 0,964 \\ &= 273,358 - 0,139 = 273,22^0 \text{K}, \end{aligned}$$

was mit dem von uns angenommenen Werte vollständig übereinstimmt.

*Leningrad, März 1935.*

<sup>1)</sup> W. Jacyna, Acta Phys. Pol. **2**, 419, 1934. — <sup>2)</sup> Siehe vorstehende Mitteilung V. Die frühere vereinfachte Zustandsgleichung

$$vp = R\psi + ap[10\psi_0 - t(1 - 11e^\eta)]$$

enthält das theoretisch entbehrliche Glied  $10ap\psi e^\eta$ , welches im allgemeinen nicht schädlich ist, aber in dem Ausdruck des Joule-Effektes bei  $p = 0$  die nicht verschwindende Ableitende verursacht (ZS. f. Phys. **92**, 204, 1934). — <sup>3)</sup> Über die Größen  $B_t$ ,  $B_p$  und  $B_k$  vgl. vorstehende Mitteilung. — <sup>4)</sup> W. Jacyna, Acta Phys. Pol. **2**, 419, 1934; besonders ebenda **3**, 16, 1934.

## Die Eigenschaften reeller Gase auf Grund der thermodynamischen Zustandsgleichung.

### VI. Das kritische Gebiet bei Helium.

Von **Witold Jacyna** in Leningrad.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 8. April 1935.)

Es wird mit Hilfe der konventionell in die thermodynamische Zustandsgleichung eingeführten kritischen Parameterwerte  $p_k = 2,34 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$ ,  $\varphi_k = 5,32^\circ \text{ K}$  ( $\psi_0 = 273,22^\circ \text{ K}$ ) der *kritische Koeffizient* für Helium zu 3,18 und das kritische Volumen zu  $0,0151_5 \text{ m}^3/\text{kg}$  berechnet. Dabei ist die Gesamtheit der einzelnen nicht darstellbaren Zustände innerhalb des „*kritischen Gebietes*“ eingeschlossen; letzteres hat im  $(p, t)$ -Diagramm die *elliptische* Form mit den Hauptachsen  $\Delta p = 0,0344 \text{ (Atm.)}$  und  $2 \Delta t = 0,0808 \text{ (}^\circ\text{C)}$ . Die Resultate sind vom experimentellen Standpunkt aus mit Bezugnahme auf die für  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CCl}_4$  u. a. von Hein, Kamerlingh Onnes, Fabius, Bradley u. a. durchgeführten Untersuchungen besprochen und tabellarisch bzw. graphisch illustriert.

1. Im Jahre 1822 hat Cagniard de la Tour auf seine Entdeckung hingewiesen<sup>1)</sup>, die darin besteht, daß der Meniskus, welcher die Flüssigkeit vom Dampf im „Cagniard-Röhrchen“ abgrenzt, bei steigender Temperatur plötzlich verschwindet. Diese Erscheinung wurde systematisch zuerst im Jahre 1869 von Andrews in einer Serie von Versuchen über Kohlensäure erforscht<sup>2)</sup> und erhielt etwas später in den van der Waalsschen Ansichten des „kritischen Zustandes“ die bekannte theoretische Darstellung<sup>3)</sup>. Jedoch unterlag die Andrews-van der Waalssche Theorie des „kritischen Punktes“ in der Zeitperiode von 1893 bis 1914<sup>4)</sup> sehr wesentlichen regelmäßigen Angriffen, die vorwiegend vom Experimentalgebiete entstanden<sup>5)</sup>.

Die Ansicht, daß die kritischen Erscheinungen sich keineswegs in einem einzigen „Zustand“ bzw. „Punkt“ konzentrieren, ist mit der ausgezeichneten

<sup>1)</sup> Cagniard de la Tour, Ann. chim. phys. **21**, 127, 178, 1822; **22**, 140, 1823. — <sup>2)</sup> Th. Andrews, Phil. Trans. **159**, 575, 1869; **166**, 421, 1876; auch Pogg. Ann. **5**, 64, 1871. — <sup>3)</sup> J. D. van der Waals, Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes, Leipzig 1872; die gegenwärtige Darstellungsweise siehe z. B. van der Waals-Konstamm, Lehrb. d. Thermostatik, 2. Aufl., Leipzig 1927. — <sup>4)</sup> Paul Hein, ZS. f. phys. Chem. **86**, 385, 1914 (Dissert.). — <sup>5)</sup> Vgl. z. B. I. Traube, Ann. d. Phys. **8**, 267, 1902; F. B. Young, Phil. Mag. **20**, 713, 1910; W. Lepkowski, ZS. f. phys. Chem. **75**, 608, 1910; Sidney Young, Chem. News **94**, 149, 1906; M. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **21**, 756, 1906; **25**, 265, 1908; **26**, 57, 1908; besonders W. P. Bradley, A. W. Browne u. C. F. Hale, Phys. Rev. **19**, 259, 1904; **26**, 470 u. **27**, 90, 1908; auch H. Kamerlingh Onnes u. W. H. Keesom, Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 104, 1908; P. de Heen, Bull. Acad. Belg. **4**, 512, 1908; **9/10**, 859, 1908; u. a.

Klarheit in den Versuchen von Bradley, Browne und Hale (l. c.) bewiesen, indem sie zeigen, daß bei der schnellen adiabatischen Ausdehnung bzw. Kompression der Kohlensäure noch  $8^{\circ}\text{C}$  oberhalb der kritischen Temperatur die lebhafte Schlieren- und Nebelbildung auftritt. Die späteren Untersuchungen von Kamerlingh Onnes und Fabius<sup>1)</sup>, de Heen (l. c.) und Hein (l. c.) zeigen, daß der Meniskus unter konstantgehaltener Temperatur an *verschiedenen* Stellen im Innern des beobachteten Rohres erscheint bzw. verschwindet, so daß die kritischen Erscheinungen nicht bei einer bestimmten Füllung des Rohres — wie es nach der klassischen Theorie verlangt ist —, sondern in den Grenzen der Dichte etwa von 0,841 bis 0,735  $d_k$  nach Hein stattfindet; diese sind auch nach de Heen (l. c.) durch das Verhältnis 1:2 bestimmt. Wie weit damals diese Frage strittig erschien, ist z. B. aus den kühn konstruierten theoretischen und experimentellen Untersuchungen von Stoletow<sup>2)</sup> und Teichner<sup>3)</sup> ersichtlich. Allerdings liefern die obenerwähnten unmittelbaren Bestimmungsmethoden des „kritischen Punktes“ kein für die klassische Theorie günstiges Ergebnis und sind gewöhnlich durch die bekannte „Regel der mittleren Dichte“ von Cailletet und Mathias<sup>4)</sup> ersetzt.

Somit haben wir jetzt zwei verschiedene Behandlungsweisen der kritischen Erscheinungen: 1. die formal abgeschlossene *Einphasentheorie* von Andrews-van der Waals und 2. die *Zweiphasentheorie*, welche von verschiedenen Autoren vorwiegend in ihren experimentellen Grundlagen nicht ohne Erfolg entwickelt wurde. Gemäß der Einphasentheorie ist der „kritische Punkt“ der einzige Zustand, in dem der überhaupt scharf definierbare Unterschied zwischen flüssigen und gasförmigen Phasen vollständig verschwindet; demgegenüber verwischt sich dieser Unterschied gemäß der Zweiphasentheorie nur allmählich mit der Annäherung an das „kritische Gebiet“, das selbst infolge der gegenseitigen Auflösung der beiden Phasen, die eine ineinander sogar verschwommene Grenze haben können, nicht scharf definierbar ist. Von diesem Gesichtspunkt aus stellt der Begriff des „kritischen Punktes“ nur die erste Annäherung an die Wirklichkeit dar und bei strengerer Betrachtungsweise verliert der Begriff selbst den bestimmten physikalischen Inhalt. Jedenfalls folgt auf Grund der Versuche der obenerwähnten Forscher, daß in unmittelbarer Nähe des „kritischen

---

<sup>1)</sup> H. Kamerlingh Onnes u. G. H. Fabius, K. Akad. Wet. Anst., Juni 1907; auch Comm. Phys. Labor. Leiden, Nr. 98. — <sup>2)</sup> A. G. Stoletow, Journ. Russ. phys.-chem. Ges. **25** u. **26**, 1894. — <sup>3)</sup> G. Teichner, Ann. d. Phys. **13**, 595, 1904 (Dissert.). — <sup>4)</sup> E. Mathias u. Cailletet, Journ. d. phys. **5**, 549, 1886; auch C. R. **104**, 1563, 1897; u. a.

Punktes“, d. h. in dem *kritischen Gebiet*, die Zustände keine bestimmten Gleichgewichtszustände sind. Diese Schlußfolgerung ist bei Helium auf Grund der thermodynamischen Zustandsgleichung genau bestätigt.

Im folgenden haben wir bei unseren Berechnungen den Begriff des „kritischen Punktes“ jedoch beibehalten, um den Vergleich der Resultate mit den experimentellen Daten zu erleichtern, wenn man auch in der Zustandsgleichung statt der konventionellen „kritischen Daten“  $p_k$ ,  $\psi_k$  z. B. die Koordinaten des Maximums  $(p_q)_m$ ,  $(\psi_q)_m$  der „Basislinie“  $f(p, t) = 0$  und dergleichen setzen kann, was schon von Berthelot erkannt wurde<sup>1)</sup>.

2. Wir schreiben somit die thermodynamische Zustandsgleichung in der Form

$$vp = R\psi + ap(10\psi_0 - t)(1 - e^\eta), \quad \eta = b B_t B_p B_k, \quad (1)$$

wobei für Helium wie früher<sup>2)</sup> die Konstanten

$$R = 211,82, \quad a = 0,000001085 \quad \text{und} \quad b = -0,0230$$

sind, die hyperbolische Temperaturfunktion die Form

$$B_t = \psi - 32 + \frac{1500}{\psi - 0,17} \quad (2)$$

hat, die vom Druck abhängige Basisfunktion  $B'_p$  und der Niederdruckfunktion  $B''_p$

$$\left. \begin{aligned} B'_p &= \frac{p^x - p_q^x}{p_k^x} \\ B''_p &= e^{-\frac{p_\pi}{p}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

bzw.

sich zu dem Produkt  $B'_p B''_p = B_p$  verbinden und die *kritische* Funktion  $B_k$  die Form

$$B_k = 1 + y B'_p - x' B'_k \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Daniel Berthelot, Trav. et Mém. d. Bureau Int. des Poids et Mes. **13**, 1—113, 1907. Besonders klar ist diese Ansicht in einem letzten Berthelotschen Briefe an H. Kamerlingh Onnes in den Worten geäußert: „... Cependant, dès ce moment, il me paraissait y avoir de légers écarts systématiques indiquant, comme d'habitude, que la loi des états correspondants manque de rigueur...“ „Autrement dit, si l'on veut être exact, il faut introduire les valeurs  $A$  et  $B$  données par l'expérience à la place de celles déduites des constantes critiques“ etc. Dies Zitat ist der Korrektur der Arbeit von Herren W. H. Keesom und W. Tuyn „L'échelle des thermomètres à gaz“ (Trav. et Mém. d. Bur. Int.) mit gefälliger Erlaubnis der Verfasser entnommen. — <sup>2)</sup> ZS. f. Phys., siehe vorstehende Mitteilung V. u. a.

hat, falls wir annehmen, daß

$$y = \frac{\psi}{\psi_k} e^{-\frac{\psi}{\psi_k}}, \quad (5)$$

$$B'_k = \left[ \left( \frac{p_k}{p} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\psi_k}{\psi} - 1 \right)^2 \right]^{\frac{p}{p_k}}, \quad (6)$$

$$p_q^x = 5,42 \psi e^{-0,0839 \psi}, \quad (7)$$

$$p_\pi = x^4 p_q, \quad (8)$$

wobei

$$\frac{1}{x} = 4 \quad \text{und} \quad \frac{1}{x'} = 3,60$$

ist.

Setzen wir ferner in der Absicht, nicht nur den „kritischen Punkt“ selbst, sondern auch die unmittelbar naheliegenden Zustände zu betrachten,

$$\psi = \psi_k + \Delta t$$

und

$$p = p_k + \Delta p,$$

so erhalten wir zuerst für  $\Delta t = \Delta p = 0$  aus (6)

$$B'_k = 0 \quad (9)$$

(vgl. Fig. 1) und folglich aus (4)

$$B_k = 1 + y B'_p = 0,819_5.$$

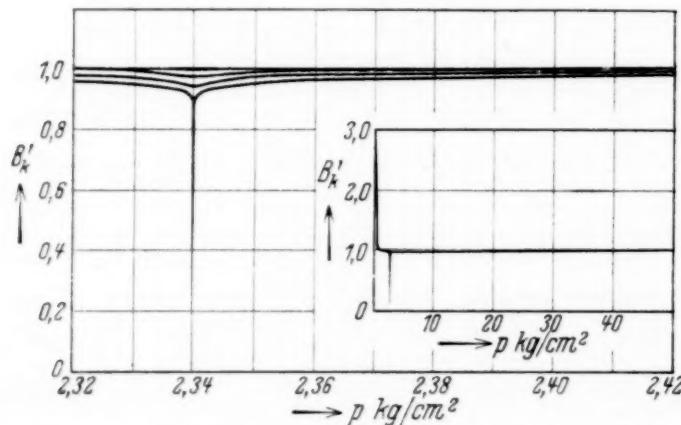


Fig. 1. Die kritische Funktion  $B'_k$  in Abhängigkeit vom Druck.

Ferner haben wir auf Grund der Gleichungen (2) und (3)

$$B_t = 5,32 - 32 + \frac{1500}{5,32 - 0,17} = 264,82^0 K,$$

$$B'_p = \frac{p^{1/4} - 5,42 \psi_k e^{-0,0839 \psi_k}}{p_k^{1/4}} = -0,491_5$$

und

$$B_p'' = e^{-x^4 \frac{pq}{pk}} = 0,982.$$

Also aus (1)

$$\eta_k = b B_t B_p B_k = -0,0230 \cdot 264,82 (-0,491_5) \cdot 0,982 \cdot 0,819_5 = 2,41$$

und

$$\left. \begin{aligned} v_k p_k &= R \psi_k + a p_k (10 \psi_0 - t_k) (1 - e^{\eta_k}) \\ &= 211,82 \cdot 5,32 + 0,051085 \cdot 2,34 \cdot 10^4 (2732,2 + 267,9) (1 - e^{2,41}) \\ &= 354 \text{ mkg.} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Daraus erhält man den Wert des „kritischen Koeffizienten“ des Heliums

$$\frac{R \psi_k}{v_k p_k} = \frac{1127}{354} = 3,18, \quad (11)$$

während die versuchsmäßig bestimmten Werte in den Grenzen von 3,13 bis 3,28 schwanken.

Infolgedessen ist das „kritische Volumen“  $v_k$  auf Grund der Beziehung

$$v_k = \frac{v_k p_k}{p_k} = \frac{R \psi_k}{3,18} \cdot \frac{1}{p_k} \quad (12)$$

zu  $v_k = 0,0151_5 \text{ m}^3/\text{kg}$  berechnet.

3. Nehmen wir jetzt an, daß  $\Delta t \neq 0$  bzw.  $\Delta p \neq 0$  ist, so wird für

$$\Delta p < 0 \quad (13)$$

die Existenzbedingung<sup>1)</sup>

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t \leqq 0 \quad (14)$$

stets erfüllt, d. h. die Zustände *unterhalb* des „kritischen Punktes“ sind als Gleichgewichtszustände stets und vollständig bestimmbar. Demgegenüber stellen die Zustandspunkte in unmittelbarer Nähe *oberhalb* des „kritischen Punktes“, d. h. die Zustände, welche durch die Bedingung

$$\Delta p > 0 \quad (15)$$

---

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. W. Jacyna, Bull. Acad. Pol. (A) 1934, S. 375; auch ZS. f. Phys. **92**, 661, 1934; u. a.

mitbestimmt sind, in gewissen Grenzen keine Gleichgewichtsgebilde dar. In der Tat erhalten wir aus (1)

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_t = -\frac{R \psi}{p^2} - a(10\psi_0 - t)e^\eta \left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_t, \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_t = b B_t \left\{ B_p \left(\frac{\partial B_k}{\partial p}\right)_t + B_k \left(\frac{\partial B_p}{\partial p}\right)_t \right\}, \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial B_k}{\partial p}\right)_t = y \left(\frac{\partial B_p}{\partial p}\right)_t - x' \left(\frac{\partial B'_k}{\partial p}\right)_t \quad (18)$$

und

$$\left(\frac{\partial B'_k}{\partial p}\right)_t = -\frac{2x^4 \left(\frac{p_k}{p} - 1\right) p_k}{p^2 \left[ \left(\frac{p_k}{p} - 1\right)^2 + \left(\frac{\psi_k}{\psi} - 1\right)^2 \right]^{1-x^4}}. \quad (19)$$

4. Betrachten wir zuerst die Fälle, in denen  $\Delta t/\psi_k$  in bezug auf  $\Delta p/p_k$  verschwindend klein ist, so können wir ohne Änderung des Vorzeichen-systems der Formel (19) letztere durch die folgende annähernde Form

$$\left(\frac{\partial B'_k}{\partial p}\right)_{\psi_k + \Delta t} \approx -\frac{p_k + \Delta p}{128 p^2 \left(\frac{p_k}{p_k + \Delta p} - 1\right)}$$

oder auch

$$\left(\frac{\partial B'_k}{\partial p}\right)_{\psi_k + \Delta t} \approx \frac{1}{128 \Delta p} \quad (20)$$

darstellen.

Ferner folgt aus (3)

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial B'_p}{\partial p}\right)_t &= \frac{x p^{x-1}}{p_k^x} \\ \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial B''_p}{\partial p}\right)_t &= \frac{p_\pi}{p^2} e^{-\frac{p_\pi}{p}}. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (21)$$

Hiermit erhalten wir wegen  $B_p = B'_p B''_p$  weiter

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial B_p}{\partial p}\right)_t &= B'_p \left(\frac{\partial B''_p}{\partial p}\right)_t + B''_p \left(\frac{\partial B'_p}{\partial p}\right)_t \\ &= \frac{p^x - p_q^x}{p_k^x} \cdot \frac{p_\pi}{p^2} e^{-\frac{p_\pi}{p}} + \frac{x p^{x-1}}{p_k^x} e^{-\frac{p_\pi}{p}} \\ &= \frac{1}{p} e^{-\frac{p_\pi}{p}} \left\{ \frac{p^x - p_q^x}{p_k^x} \frac{p_\pi}{p} + \frac{x p^x}{p_k^x} \right\}, \end{aligned}$$

oder näherungsweise unter der Bedingung, daß  $p \approx p_k = 2,34 \cdot 10^4$  ist,

$$\left( \frac{\partial B_p}{\partial p} \right)_t = \frac{0,982}{2,34 \cdot 10^4} \left\{ \frac{-6,08 \cdot 453}{12,37 \cdot 2,34 \cdot 10^4} + 0,2500 \right\} = 0,041007 \quad (22)$$

und aus (18) mit Rücksicht auf (20) und (21)

$$\left( \frac{\partial B_k}{\partial p} \right)_t = \frac{\psi_k}{\psi} e^{-\frac{\psi_k}{\psi}} \frac{x p^{x-1}}{p_k^x} - \frac{x'}{128 \Delta p} \approx 0,05393 - \frac{0,02217}{\Delta p}. \quad (23)$$

Schließlich erhält man aus (1)

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t = -\frac{R \psi}{p^2} - a (10 \psi_0 - t) e^{\eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_t \quad (24)$$

bzw.

$$\left( \frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_t = b B_t \left\{ B_p \left( \frac{\partial B_k}{\partial p} \right)_t + B_k \left( \frac{\partial B_p}{\partial p} \right)_t \right\} \quad (25)$$

und daraus in dem betrachteten Fall

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t = -0,00000206 - 0,0363 \left( \frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_t, \quad (26)$$

wobei

$$\left( \frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_t = -0,0000387_5 \left( 1 + \frac{164,3}{\Delta p} \right) \quad (27)$$

ist. Verbindet man die Gleichungen (26) und (27), so folgt

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t = -0,00000065 \left( 1 - \frac{356}{\Delta p} \right), \quad (28)$$

was für  $\Delta p < 0$  stets negativ ausfällt; somit sind unterhalb des „kritischen Druckes“ ( $p < 2,34 \cdot 10^4$ ) die Zustände mit Hilfe der Zustandsgleichung darstellbar, hingegen tritt dies für  $\Delta p > 0$ , d. h. oberhalb des „kritischen Druckes“ ( $p > 2,34 \cdot 10^4$ ), nur unter der Bedingung  $\Delta p > 0,0345$  Atm. auf, weil das Existenzmerkmal  $(\partial v / \partial p)_t \leq 0$  im „kritischen Intervall“

$$2,34 \cdot 10^4 < p < 2,37_6 \cdot 10^4$$

nicht erfüllt ist.

5. Betrachten wir nun die allgemeineren Fälle, in denen weder  $\Delta p / p_k$  noch  $\Delta t / \psi_k$  verschwindet, so haben wir statt (20)

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial B'_k}{\partial p} \right)_{\psi_k + \Delta t} &\cong -\frac{1}{256} \cdot \frac{2 \cdot p_k \left( \frac{p_k}{p} - 1 \right)}{\left[ \left( \frac{p_k}{p} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\psi_k}{\psi} - 1 \right)^2 p^2 \right]} \\ &\cong \frac{\psi \Delta p}{128 [p^2 (\Delta t)^2 + \psi^2 (\Delta p)^2]} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Man erhält aus (4) mit Rücksicht auf (29)

$$\left\{ \begin{aligned} \left( \frac{\partial B_k}{\partial p} \right)_t &= \frac{\psi_k}{\psi} e^{-\frac{q'_k}{\psi}} \frac{x p^{x-1}}{p_k^x} - \frac{x' \psi^2 \Delta p}{128 [p^2 (\Delta t)^2 + \psi (\Delta p)^2]} \\ &= 0,0_{\text{5}} 393 - \frac{0,0_{\text{9}} 112}{(\Delta t)^2 + \left( \frac{\psi \Delta p}{p} \right)^2}; \end{aligned} \right. \quad (30)$$

ferner aus (25)

$$\left( \frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_t = -0,00000387_5 \left( 1 + \frac{0,0_{\text{5}} 849 \Delta p}{(\Delta t)^2 + \left( \frac{\psi \Delta p}{p} \right)^2} \right) \quad (31)$$

und endlich aus (26) mit Rücksicht auf (31)

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t = -0,0_{\text{6}} 65 \left( 1 - \frac{0,0000183_5 \Delta p}{(\Delta t)^2 + \left( \frac{\psi \Delta p}{p} \right)^2} \right). \quad (32)$$

Letztere Formel ist nur in unmittelbarer Nähe des „kritischen Zustandes“, d. h. im Druckintervall

$$2,376 \cdot 10^4 > p > 2,34 \cdot 10^4$$

gültig. Es ist nun an den „Grenzen“ oder am „Rande“ des kritischen Gebietes

$$\left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_t = 0 \quad (33)$$

und somit aus (32)

$$1 - \frac{0,0000183_5 \Delta p}{(\Delta t)^2 + \left( \frac{\psi \Delta p}{p} \right)^2} = 0 \quad (34)$$

oder schließlich

$$\Delta t = \pm \sqrt{(0,0_{\text{4}} 1835 - 0,0_{\text{7}} 516 \Delta p) \Delta p}. \quad (35)$$

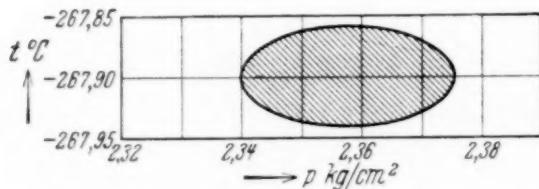


Fig. 2. Das kritische Gebiet bei Helium im  $(p, t)$ -Diagramm.

Also hat das kritische Gebiet im  $(p, t)$ -Diagramm die elliptische Form (Fig. 2) mit den Hauptachsen  $2 \Delta t = 0,0808$  ( $^{\circ}$ C),  $\Delta p = 356$  kg/m<sup>2</sup> und somit ist es in sehr engen Druck- bzw. Temperaturgrenzen eingeschlossen.

Tabelle 1. Die Parameterwerte am Rande des kritischen Gebietes bei Helium.

$10^{-4} \cdot p \text{ kg/m}^2$	2,340	2,341	2,350	2,358	2,370	2,375 <sub>6</sub>
$t \text{ } ^\circ\text{C}$	— 267,900	— 267,913 — 267,887	— 267,936 — 267,864	— 267,940 — 267,860	— 267,928 — 267,872	— 267,900

Auch versuchsmäßig ist die Existenz des gegen einen einzigen Punkt nicht konvergierenden Gebietes für verschiedene Stoffe nachgewiesen. Auf Grund der Versuche von Hein (l. c.) haben wir z. B. für Tetrachlor-kohlenstoff  $\Delta t_{\max} \simeq$  (von 2 bis 4)  $^\circ\text{C}$ , für schweflige Säure  $\Delta t_{\max} \simeq$  (von 0,7 bis 2,4)  $^\circ\text{C}$ , für Kohlensäure  $\Delta t_{\max} \simeq 0,43^\circ\text{C}$  usw. In der Tabelle 1 sind die am Rande des kritischen Gebietes bei Helium berechneten Parameterwerte zusammengestellt. Offenbar sind die Zustände *innerhalb* des oben erwähnten kritischen Gebietes mit Hilfe der Zustandsgleichung nicht darstellbar, was ohne weiteres aus der Formel (32) ersichtlich ist.

Leningrad, März 1935.

**Drehplattenmethode  
zur Messung kleiner Lichtzeigerausschläge  
(Ergänzungen).**

Von **M. Czerny, H. Heins und W. Woltersdorff** in Berlin.

(Eingegangen am 26. April 1935.)

Es werden einige technische Ergänzungen zu der im Vorjahr in der gleichen Zeitschrift veröffentlichten Drehplattenmethode zur Messung kleiner Lichtzeigerausschläge angegeben.

Bei der weiteren praktischen Benutzung der in einer früheren Arbeit beschriebenen Drehplattenmethode zur Messung kleiner Ausschläge bei der Lichtzeigerablesung<sup>1)</sup> haben sich einige neue Erfahrungen ergeben, die als Ergänzung des Früheren kurz dargelegt werden sollen:

1. Wesentlich für das Verfahren ist die Benutzung einer sehr starken Fernrohrvergrößerung. Sie wurde ursprünglich dadurch erreicht, daß an Stelle des Fernrohrokulars ein Mikroskop mit etwa hundertfacher Vergrößerung an das Fernrohr angebaut wurde. Es hat sich nun gezeigt, daß man das Mikroskopobjektiv durch eine Zylinderlinse von kurzer Brennweite ersetzen kann. Als solche genügt ein Stück Glasstab von etwa 3 bis 4 mm Durchmesser, von der Qualität, wie man sie beim Glasbläser bekommt. Als Okular kann man das Fernrohrokular verwenden, das man etwa 7 cm hinter dem Zylinderobjektiv anbringt. Chromatische Fehler dieses primitiven Objektivs machen sich nicht störend bemerkbar, da man ja schon von vornherein ein grünes Filterglas im Strahlengang hat. Auch sonst ist das Bild gut trotz der nicht geschliffenen Oberfläche des Glasstäbchens. Ein wesentlicher Grund ist wohl der Umstand, daß der Querschnitt des Strahlbündels beim Durchdringen des Glasstabes sehr klein ist. Den Glasstab muß man in eine um die optische Achse drehbare Fassung einsetzen, um ihn genau parallel zu dem reellen Spaltbild einstellen zu können. Die richtige Lage erkennt man daran, daß das Bild dann am schmalsten erscheint und zu beiden Seiten Interferenzstreifen auftreten<sup>2)</sup>. Der Aufbau ist dann also folgender: An Stelle des Fernrohrokulars wird ein etwa 8 cm langes Rohr in das Ende des Fernrohres gesteckt. In dem Vorderteil des Rohres ist das Glasstäbchen angebracht, im Rückende des Rohres das Fernrohrokular und

---

<sup>1)</sup> M. Czerny, ZS. f. Phys. **90**, 468, 1934. — <sup>2)</sup> Die Interferenzstreifen werden wieder besonders scharf und deutlich, wenn man einen vertikalen Mittelstreifen des Galvanometerspiegels abdeckt.

direkt vor diesem ein Doppelfaden als Einstellmarke. Dieser Aufbau ist billiger, handlicher und optisch eher noch leistungsfähiger als das ursprünglich benutzte Mikroskop.

2. Bei jeder genauen Ausschlagsmessung ist außer der eigentlichen Ausschlagsweite auch die Rückkehr des Lichtzeigers zu verfolgen. Der Mittelwert zwischen der Ausschlagsstrecke und der Rückkehrstrecke gibt die Größe des Ausschlags, befreit von dem Einfluß einer Nullpunktswanderung, wenigstens soweit, als die Nullpunktswanderung während der Ausschlags- und Rückkehrzeit konstante Geschwindigkeit besitzt. Genügt die Genauigkeit einer Messung nicht, so wiederholt man sie mehrere Male und bildet das arithmetische Mittel der Einzelwerte. Die Drehplattenmethode läßt sich nun so ausgestalten, daß bei der Wiederholung von Ausschlägen nur die Einstellungen, aber keine Zwischenablesungen auf der Tangensskale vorgenommen zu werden brauchen. Dadurch erzielt man einen Vorteil, der ganz analog dem des Rechenschiebers ist, wo man bei mehrfacher Multiplikation oder Division auch nicht die Zwischenresultate abliest, sondern nur die Einzeleinstellungen vornimmt und erst das Endresultat abliest. Bei der Drehplattenmethode schaltet man zu diesem Zweck zwei genau gleiche Drehplatten hintereinander in den Strahlengang. Mit der Drehplatte I kompensiert man stets nur die Ausschlagsstrecken, mit der zweiten Platte kompensiert man die Rückkehrstrecken. Man bekommt dann bei der Drehplatte I eine automatische Addition aller Ausschlagsstrecken, wenn man den Zeiger der Drehplatte immer von der Stelle aus weiterbewegt, auf der man ihn bei dem vorhergehenden Kompensationsakt hat stehen lassen. Ebenso gibt die Drehplatte II die Addition aller Rückkehrstrecken. Die Einzelmessungen müssen immer ohne Unterbrechung aufeinanderfolgend ausgeführt werden, und für Ausschlag und Rückgang muß ein gleicher Zeitraum verwendet werden. Hat man in dieser Weise  $n$  Einzelmessungen ausgeführt, so gibt der Mittelwert aus der Summe der Ausschlagsstrecken und der Summe der Rückkehrstrecken den  $n$ -fachen Wert einer Einzelmessung. Mit dieser Mittelwertbildung verringert man erstens den Einfluß der unvermeidlichen kleinen Einstellfehler und zweitens den Einfluß der Nullpunktswanderung<sup>1)</sup>. Der wesentliche Vorteil des Ver-

<sup>1)</sup> Der Einfluß der Nullpunktswanderung fällt heraus, soweit die Wanderungsgeschwindigkeit während je eines Hin- und Rückganges konstant ist. Ändert sich die Wanderungsgeschwindigkeit während der  $n$  aufeinanderfolgenden Messungen langsam, so wird ihr Einfluß trotzdem durch die Zwischeneinstellungen weitgehend eliminiert. Würde man dagegen ein Ausschlagsinstrument mit  $n$ -mal größerer Schwingungsdauer benutzen, so würde der Einfluß einer Nullpunktswanderung gleicher Art wesentlich weniger eliminiert werden.

fahrens besteht also darin, daß man sich alle Zwischenablesungen auf den beiden Skalen erspart. Die Anwendbarkeit ist dadurch begrenzt, daß die Zeiger nicht über den Skalenbereich herauswandern dürfen. Das Verfahren kommt also wesentlich nur für Ausschläge in Betracht, die einzeln bereits durch eine Zeigerbewegung um wenige Millimeter auf der Tangensskale kompensiert werden.

Hat man den Apparat so mit 2 gleichen Drehplatten ausgerüstet, so kann man ihn außer nach der eben angeführten Methode natürlich auch in der Art benutzen, die in der früheren Arbeit angegeben war, daß man nämlich die eine Platte als Meßplatte benutzt und die andere nur zur Nullpunkteinstellung vor Beginn des Ausschlags verwendet.

3. Als Lichtquelle kann man an Stelle des ursprünglich benutzten, von der Rückseite beleuchteten Spaltes eine Glühlampe mit geradem Faden von etwa  $100 \mu$  Durchmesser verwenden. Da man den Spalt wenige  $\mu$  breit machen kann, erwartet man bei dem Glühlampenfaden ein wesentlich breiteres Bild im Okular und daher eine wesentlich schlechtere Einstellmöglichkeit. Das ist aber nicht der Fall. Die Breite des Spaltbildes im Okular ist so wesentlich durch die Apertur des Strahlenbündels bestimmt, daß der Glühfaden zwar ein breiteres, aber nicht ein großenordnungsmäßig breiteres Bild liefert als ein Spalt optimaler Breite. Auch mit dem Glühlampenfaden läßt sich daher ein durchschnittlicher Einstelfehler von wenigen  $\mu$  erreichen. Für die Erzielung äußerster Präzision ist allerdings der Spalt vorzuziehen, auch ist man bei ihm sicher, daß nicht durch eine weitere Glasschicht wie bei der Glühlampe eine Ungenauigkeit entsteht. Ein Vorteil der direkten Glühlampe ist dagegen ihr wesentlich geringerer Wattverbrauch (kleinere Temperaturstörung im Zimmer) und ein etwas leichteres Einjustieren.

4. Nach der Veröffentlichung der vorhergehenden Arbeit über das vorliegende Thema hat Herr T. Y. Baker uns darauf aufmerksam gemacht, daß er die Bedeutung des Brechungsindexwertes  $n = 1,618$  für die besonders gute Erfüllung der Tangensbeziehung bei der Planparallelplatte bereits in den Transactions of the optical Society, Cambridge (England), Bd. 33, S. 209, 1931/32 in einer Arbeit, betitelt „Das Parallelplattenmikrometer“ veröffentlicht hat (Verwendung der Planparallelplatte in Ablesemikroskopen für Teilkreise). Da uns seine Arbeit leider vorher nicht bekannt war, können wir erst jetzt auf sie hinweisen und seine Priorität hervorheben.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität.